

**Optimierung dynamischer Waagen nach dem
Prinzip der elektromagnetischen
Kraftkompensation mittels numerischer Modelle
zur Systemsimulation**

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktoringenieur (Dr.-Ing.)

vorgelegt der

Fakultät für Maschinenbau der Technischen Universität Ilmenau

von Frau

Dipl.-Ing. Hanna Sophie Baumgartl geb. Weis

geboren am 03.02.1983 in Bad Schwalbach/Deutschland

Tag der Annahme durch den Fakultätsrat: 13. Mai 2014

Tag der Verteidigung: 2. März 2015

Erstgutachter: Prof. Dr. Ing. habil. Dr. h. c. mult Gerd Jäger (TU Ilmenau)

Zweitgutachter: Prof. Dr. Ing. habil. Dr. h. c. mult Albert Weckenmann
(Universität Erlangen)

Drittgutachter: Dr. Ing. habil. Christof Ament (TU Ilmenau)

urn:nbn:de:gbv:ilm1-2015000362

Vorwort und Dank

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen meiner Tätigkeit als wissenschaftliche Mitarbeiterin am Fachgebiet Prozessmess- und Sensortechnik der Technischen Universität Ilmenau.

Mein herzlicher Dank gilt Prof. Dr.-Ing. habil. Gerd Jäger, Prof. Dr.-Ing. habil. Thomas Fröhlich und Prof. Dr.-Ing. habil. Eberhard Manske. Durch die durchgehende Bereitstellung finanzieller Mittel und die hervorragende gerätetechnische Ausstattung des Fachgebietes ermöglichten sie mir immer ein reibungsfreies Arbeiten. Weiterhin möchte ich mich besonders bei Prof. Dr.-Ing. habil. Gerd Jäger für die wissenschaftliche Betreuung der Arbeit bedanken.

Mein Dank gilt Dr.-Ing. Falko Hilbrunner für die aufschlussreichen Diskussionen sowie die vielen fachlichen Anregungen. Prof. Dr.-Ing. habil. Tino Hausotte, Dr.-Ing. Uwe Gerhard und Dipl.-Ing. Gunter Krapf möchte ich für die Unterstützung bei schaltungstechnischen Problemen aller Art danken. Viele Experimente sind erst durch diverse mechanische Kleinteile möglich gewesen, die Mathias Röser schnell und unkompliziert gefertigt hat. Den wirklich reibungslosen Arbeitsablauf hat Cordula Höring in ihrer Funktion als Fachgebietssekretärin ermöglicht, durch ihre unkomplizierte Art und hervorragend organisierte Arbeitsweise konnte sie viele Problemchen und Probleme aus der Welt schaffen. Dipl.-Ing. Silke Augustin möchte ich ganz besonders herzlich dafür danken, dass sie sich trotz überquellenden Terminkalenders durch diese Arbeit geackert und mir viele wertvolle Hinweise gegeben hat.

Das sehr gute Arbeitsklima am Fachgebiet, die hilfsbereite Art vieler Kollegen und das enge freundschaftliche Verhältnis haben sicherlich ihren Anteil an meiner langen Verweildauer am Institut.

Meinen Eltern möchte ich dafür danken, dass sie mich immer – sowohl moralisch als auch finanziell – großzügig in meinem Tun unterstützt und bestätigt haben.

Martin hat mich durch alle Höhen und Tiefen dieser Arbeit begleitet, Fragen gestellt, auf die ich so nicht gekommen wäre, vieles kritisch hinterfragt und mich liebevoll unterstützt.

Kurzfassung

Der Einsatz von elektromagnetisch kraftkompensierten Waagen (EMKW) in der dynamischen Wägetechnik vereint die Forderung nach hohen Auflösungen bei guter Reproduzierbarkeit mit der nach möglichst geringen Messzeiten. Um diesen ambitionierten Zielen gerecht werden zu können, bedarf es EMKW, welche in ihren Komponenten und deren Zusammenspiel hinsichtlich ihrer dynamischen Eigenschaften optimiert sind. Diese Optimierung kann experimentell oder auf numerischem Wege erfolgen, wobei letztere Variante den großen Vorteil birgt, dass die zeitaufwändige und teure Fertigung von Prototypen entfällt.

In dieser Arbeit werden zwei Herangehensweisen zur Modellerstellung für die Optimierung einer dynamischen EMKW vorgestellt: auf Basis der Modellierung der Mechanik mittels eines Starrkörpermodells sowie mittels eines FEM-Modells. Diese mechanischen Modelle werden mit Modellen für die übrigen Komponenten in Form von Kennlinien und Übertragungsfunktionen zu je einem Gesamtmodell verknüpft, welches das komplexe Verhalten des mechatronischen Systems EMKW sowohl im offenen als auch im geschlossenen Regelkreis sehr gut abbildet. Um die Fertigung von Prototypen umgehen zu können, lag besonderes Augenmerk darauf, das Verhalten sämtlicher Komponenten anhand von Simulationen beschreiben zu können. Hierfür wurden insbesondere Methoden zur Abbildung höherer Schwingungsformen in Starrkörpermodellen durch gezieltes Einbringen von Zusatzgelenken und Federsteifigkeiten sowie die Modellierung der Systemdämpfung durch Wirbelströme untersucht. Darüber hinaus konnte eine allgemeine Faustregel zur geeigneten Wahl der Schrittweitensteuerung ermittelt und erprobt werden. Die entstandenen Modelle sind leicht handhabbar, universell und auf verschiedene Bauformen von EMKW anwendbar.

Zur Validierung der Modelle wurden Simulationsergebnisse mit charakteristischen Messwerten verglichen. Um diese zu generieren, kamen zwei speziell hierfür konzipierte Lastwechslereinrichtungen mit pneumatisch bzw. elektromagnetisch wirkendem Prinzip zum Einsatz. Mit letzterem wurde darüber hinaus gezeigt, dass auf Grund der mechanischen Eigenschaften einer EMKW eine Systemidentifikation an zwei Eingängen (Hebel und Waagschale) sinnvoll und empfehlenswert ist. Auf Basis der erzielten Erkenntnisse erfolgte die Dimensionierung eines Digitalreglers, mit dem eine signifikante Verbesserung der Performance erzielt wurde.

Abstract

The application of electromagnetic force compensated balances (EMFB) for dynamic purposes demands both high resolution at good reproducibility and short measurement times. To fulfill this ambitious goal, the EMFB including their components and their interactions must be optimized concerning their dynamical characteristics. This optimization can be carried out experimentally or numerically, with the advantage of the latter, that no time consuming and expensive manufacturing of prototypes has to be carried out.

In this thesis, two approaches for the modelling for optimization purposes of dynamic EMFBs are presented: One based on a rigid body model for the balance mechanics, and one based on a FEM-model. These mechanical models are coupled to models for the other components, represented by characteristic curves and transfer functions. The resulting two models represent the complex behaviour of the mechatronic system EMFB, both for open and closed loop very well. In order to avoid the manufacturing of prototypes, particular attention was paid on the attempt of representing the behaviour of each component by simulations. Therefore, methods for the characterization of higher order resonance modes in rigid body models based on a defined adding of degrees of freedom and spring constants, as well as the modelling of the system damping caused by eddy currents were investigated. Additionally, a general rule of thumb for the appropriate choice of time constants and the time step control was identified and approved. The resulting models are easy-to-manage and can be applied to different configurations of EMFB.

In order to validate the models, simulation results were compared to significant measurement results. To generate these results, two load exchanger facilities were designed and set up, one working pneumatically, the other bases on electromagnetic force generation. Furthermore, with the latter it was shown that due to the mechanical properties of EMFB it is reasonable and recommendable to perform the system identification with two inputs: A force acting on the weighing pan, the other on the lever.

Based on the retrieved understanding, a digital controller was designed and implemented, whereby a significant improvement of the performance was achieved.

Erklärung

Erklärung gemäß Anlage 1 der Achten Änderung der Promotionsordnung der TU Ilmenau – Allgemeine Bestimmungen

Ich versichere, dass ich die vorliegende Arbeit ohne unzulässige Hilfe Dritter und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe. Die aus anderen Quellen direkt oder indirekt übernommenen Daten und Konzepte sind unter Angabe der Quelle gekennzeichnet.

Bei der Auswahl und Auswertung folgenden Materials haben mir die nachstehend aufgeführten Personen in der jeweils beschriebenen Weise entgeltlich/unentgeltlich¹⁾ geholfen:

1. MA Ellen Buchberger, Korrekturlesen, entgeltlich
2. Dipl.-Ing. Silke Augustin, Korrekturlesen, unentgeltlich
3. Dr.-Ing. Uwe Gerhard, Schaltungsentwurf Lageindikator, unentgeltlich
4. Dipl.-Ing. Gunter Krapf, Schaltungsentwurf Spannungs-Strom-Wandler, unentgeltlich

Weitere Personen waren an der inhaltlich-materiellen Erstellung der vorliegenden Arbeit nicht beteiligt. Insbesondere habe ich hierfür nicht die entgeltliche Hilfe von Vermittlungs- bzw. Beratungsdiensten (Promotionsberater oder anderer Personen) in Anspruch genommen. Niemand hat von mir unmittelbar oder mittelbar geldwerte Leistungen für Arbeiten erhalten, die im Zusammenhang mit dem Inhalt der vorgelegten Dissertation stehen.

Die Arbeit wurde bisher weder im In- noch im Ausland in gleicher oder ähnlicher Form einer Prüfungsbehörde vorgelegt.

Ich bin darauf hingewiesen worden, dass die Unrichtigkeit der vorstehenden Erklärung als Täuschungsversuch bewertet wird und gemäß § 7 Abs. 10 der Promotionsordnung den Abbruch des Promotionsverfahrens zur Folge hat.

(Ort, Datum)

(Unterschrift)

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung und Überblick.....	1
2	Grundlagen und Einführung der verwendeten Methoden.....	5
2.1	Funktionsweise einer EMK-Waage.....	5
2.2	Grundlagen der Mehrkörperdynamiksimulation.....	8
2.3	Finite-Elemente-Methode.....	13
2.3.1	Grundlagen der Finite-Elemente-Methode und Beschreibung von statischen Simulationen.....	13
2.3.2	Transiente Analysen mit der Finite-Elemente-Methode.....	16
2.3.3	Bestimmung von Eigenformen und -frequenzen mittels Modalanalyse	18
2.3.4	Frequenzganganalyse mit modaler Superposition zur numerischen Bestimmung von Amplituden- und Phasenfrequenzgang.....	19
2.4	Systemidentifikation: Experimentelle Ermittlung von Frequenzgängen.....	21
2.4.1	Korrelationsanalyse im Zeitbereich	23
2.4.2	Korrelationsanalyse im Frequenzbereich.....	24
2.4.3	Testsignalfolgen für die Korrelationsanalyse	25
	Kapitelzusammenfassung.....	27
3	Stand der Technik	29
3.1	Stand der Technik bei EMK-Waagen	29
3.2	Arbeiten zum Thema Modellierung von EMK-Waagen	31
4	Modellierung der Komponenten einer EMK-Waage	35
4.1	Überprüfung des Konzepts zur Implementierung von Reglern in mechanische Modelle anhand des Beispiels eines physikalischen Pendels.....	36
4.1.1	Analytische Beschreibung des physikalischen Pendels.....	36
4.1.2	Starrkörpermodell zur Beschreibung des Pendels.....	38
4.1.3	FEM-Modell zur Beschreibung des Pendels.....	39
4.1.4	Vergleich der Modelle des physikalischen Pendels	42
4.2	Modellierung der Mechanik von EMK-Waagen	44
4.2.1	Starrkörper-Modell der Waagenmechanik.....	44

4.2.1.1 Modellierung der Federkonstanten der Einkörpergelenke.....	45
4.2.1.2 Modellierung der Verformung schlanker Waagenbauteile.....	48
4.2.1.3 Ermittlung von Massen, Schwerpunkten und Massenträgheitsmomenten für Starrkörpermodelle.....	51
4.2.2 FEM-Modell der Waagenmechanik	52
4.2.2.1 Vernetzung der mechanischen Komponenten der Waage	53
4.2.2.2 Berücksichtigung der Fertigungstoleranzen im FEM-Modell.....	54
4.2.3 Dämpfung in EMK-Waagen	56
4.2.3.1 Untersuchung des Einflusses des Beitrages der Dämpfung durch Luft.....	56
4.2.3.2 Trennung zwischen elektromagnetischer und mechanischer Dämpfung.....	57
4.2.3.3 Numerische Untersuchung der Dämpfung durch Wirbelstromeffekte	58
4.2.4 Modellierung der Dämpfung im Starrkörper-Modell.....	59
4.2.5 Modellierung der Dämpfung im FEM-Modell.....	59
4.3 Modellierung der elektrischen, elektronischen und elektromagnetischen Komponenten einer EMK-Waage	61
4.3.1 Modell der Spule im Magnetkreis	61
4.3.1.1 Experimentelle Ermittlung des Koppelfaktors	63
4.3.1.2 Numerische Ermittlung des Koppelfaktors.....	64
4.3.2 Modell des Lageindikators	64
4.3.3 Modell des UI-Wandlers	65
4.3.4 Modell des Reglers	66
4.3.5 Implementierung nicht-mechanischer Komponenten in das Starrkörpermodell.....	66
4.3.6 Implementierung nicht-mechanischer Komponenten in das FEM-Modell	67
Kapitelzusammenfassung.....	69
5 Charakterisierung der zu Validierungszwecken verwendeten Waage	71
5.1 Verwendete Messgeräte und Peripherie	71
5.1.1 Digitalelektronik zur Ansteuerung der EMK-Waage	73
5.1.1.1 Anforderungen an A/D- und D/A-Wandler.....	73
5.1.2 Konfiguration der analogen Anpassungsschaltungen zwischen Digitalelektronik und EMK-Waage.....	74
5.1.2.1 Eigenschaften des Lageindikators und der Auswerteelektronik zur Positionsbestimmung.....	75
5.1.2.2 Eigenschaften des Spannungs-Strom-Wandlers zur Erzeugung des notwendigen Spulenstroms.....	76
5.2 Charakterisierung der mechanischen und elektromagnetischen Eigenschaften der EMK- Waage	79
5.2.1 Statische Charakterisierung der Waagenmechanik.....	79

5.2.2	Dynamische Charakterisierung der Waagenmechanik	80
5.2.2.1	Massenunabhängigkeit des Amplitudenfrequenzganges der untersuchten EMK-Waage.....	80
5.2.3	Charakterisierung des Spulenantriebs der EMK-Waage	82
5.3	Charakterisierung des eingesetzten Reglers.....	84
5.3.1	Entwurf und Implementierung des Reglers	85
5.4	Aufbringung von Lastwechseln	87
5.4.1	Entwicklung eines elektromagnetisch wirkenden Lastwechslers.....	87
5.4.1.1	Statische Charakterisierung des EM-Lastwechslers	89
5.4.1.2	Temperaturabhängigkeit der Kraftübertragung des EM-Lastwechslers.....	90
5.4.1.3	Dynamische Charakterisierung des EM-Lastwechslers.....	91
5.4.2	Pneumatisch betriebener Lastwechsler	94
5.4.2.1	Konstruktiver Aufbau des pneumatischen Lastwechslers	94
5.4.2.2	Ansteuerung des pneumatischen Lastwechslers.....	96
5.4.2.3	Charakterisierung der dynamischen Eigenschaften des pneumatischen Lastwechslers.....	96
5.4.3	Vergleich der untersuchten Lastwechslermethoden	98
5.5	Darstellung der Waage als MISO oder SISO-System.....	101
	Kapitelzusammenfassung.....	102
6	Validierung der Modelle	105
6.1	Statische Validierung der Modelle	105
6.1.1	Numerische Bestimmung des Koppelfaktors	105
6.1.2	Bestimmung der Gesamtfederkonstante des mechanischen Systems.....	106
6.1.3	Verformung der Waagenmechanik unter Schwerkraft.....	107
6.2	Dynamische Validierung der Modelle.....	110
6.2.1	Numerische Ermittlung der Dämpfung	110
6.2.2	Dynamische Validierung des Starrkörpermodells	111
6.2.2.1	Ermittlung der Übertragungsfunktion des Starrkörpermodells.....	111
6.2.2.2	Reaktion des geregelten Starrkörpermodells auf einen Führungssprung	112
6.2.2.3	Simulation des Ausregelvorgangs nach einem Lastwechsel mit dem Starrkörpermodell.....	114
6.2.3	Dynamische Validierung des FEM-Modells	115
6.2.3.1	Vergleich einer FEM-Modalanalyse mit Eigenfrequenzen aus einer Shakermessung.....	115
6.2.3.2	Untersuchung des Einflusses der Aufstellbedingungen auf die anschwingenden Eigenmoden mit dem FEM-Modell	117

6.2.3.3 Bestimmung der Übertragungsfunktion des FEM-Modells aus einer harmonischen Analyse.....	119
6.2.3.4 Reaktion des geregelten FEM-Modells auf einen Führungssprung.....	122
6.2.3.5 Simulation des Ausregelvorgangs eines Lastwechsels auf der Waagschale mit dem FEM-Modell.....	123
6.3 Vergleich der Modelle bezüglich Rechenzeit und anfallender Datenmenge	124
6.4 Möglichkeiten und Grenzen der Modelle	126
6.5 Verbesserungen der erarbeiteten Modelle im Vergleich zum Stand der Technik	127
6.6 Ableitung von Verbesserungen an der untersuchten Waage auf Basis der vorliegenden Ergebnissen.....	129
6.6.1 Möglichkeiten für konstruktive Änderungen an der Waagenmechanik	129
6.6.2 Änderung der Reglerstrategie zur Verbesserung des dynamischen Verhaltens	130
Kapitelzusammenfassung.....	133
7 Zusammenfassung und Ausblick.....	135
8 Anhang	141
A Orthogonalitätsbedingung der Eigenformen und Diagonalisierung der Massen- und Steifigkeitsmatrix	141
B Auto- und Kreuzkorrelationsfunktion.....	142
C Einfluss der Störung $\tilde{z}(t)$ auf die Schätzung der Gewichtsfunktion.....	144
D Massen, Massenträgheitsmomente, Schwerpunkte und Berührungspunkte der untersuchten Waage.....	145
9 Literatur.....	149

Abkürzungsverzeichnis

A/D	Analog-Digital-Wandlung
APDL	ANSYS Parametric Design Language
AUTOTS	APDL-Kommando zur automatischen Steuerung der Schrittweite in transienten Simulationen
BETAD	APDL-Kommando zur Einstellung einer globalen Dämpfung
B-Feld	Magnetfeld, Feld der magnetischen Flussdichte
COMBIN14	diskretes ANSYS Feder-Dämpfer-Element
CP	APDL-Befehl zur Kopplung mechanischer Freiheitsgrade benachbarter Knoten
D/A	Digital-Analog-Wandlung
det	Determinante (eines Tensors)
EMK	elektromagnetische Kraftkompensation
EM-Lastwechsler	elektromagnetisch wirkender Lastwechsler
E-Modul	Elastizitäts-Modul
EMV-Maßnahmen	Maßnahmen zur Sicherstellung der elektromagnetischen Verträglichkeit
FEM	Finite-Elemente-Methode
FFT	Fast Fourier Transformation (schnelle Fouriertransformation)
FIR-Filter	Finite Impulse Response Filter
HP	Hewlett Packard Development Company L.P.
IPMS	Institut für Prozessmess- und Sensortechnik der TU Ilmenau
LC-Meter	Messgerät zur Bestimmung von Kapazität und Induktivität elektrischer Bauelemente
LED	Light Emitting Diode
LQG	Linear Quadratic Gaussian
MISO	Multiple Input Single Output System (System mit mehreren Eingängen und einem Ausgang)
MLS	Maximum Length Sequence (PRBS-Signal maximaler Länge)
NI	National Instruments Corporation
ode23t	Matlab 2,3-Solver mit Trapezregel für Ordinary Differential Equations (gewöhnliche Differentialgleichungen)

ode45	Matlab 4,5-Solver für Ordinary Differential Equations (gewöhnliche Differentialgleichungen)
OEM	Original Equipment Manufacturer
PC	Personal Computer
PCI	Peripheral Component Interconnect Datenbus
PID-Regler /PIDT1-Regler	Regler mit Proportional-, Integral- und Differentialanteil mit zusätzlicher Zeitkonstante T1
PRBS	Pseudo-Random-Binary-Signals
PT2-Verhalten	dynamisches Verhalten eines Systems mit Proportionalanteil und zwei Zeitkonstanten
PTB	Physikalisch Technische Bundesanstalt
PXI	PCI Extension for Instrumentation Standard, Datenbus für Messtechnik- wendungen
RS232	Standard für serielle Schnittstelle an PCs
RT	Real-Time (Echtzeit bzw. echtzeitfähig)
SISO	Single Input Single Output System (System mit einem Ein- und Ausgang)
Sm2Co17	Magnetischer Werkstoff Samarium-Cobalt
SOLID186	ANSYS 3D-Element mit bis zu 20 Knoten
std	Standardabweichung
U/I-Wandler	Spannungs-Strom-Wandler, Spannungsgesteuerte Stromquelle

Formelzeichenverzeichnis

$\mathbf{A}^{RS}, \mathbf{A}^{RP}$	Matrix zur Koordinatentransformation von System S bzw. P nach R
A_q	Querschnittsfläche
b	Breite eines Einkörpergelenkes
\mathbf{B}	Vektor der magnetischen Flussdichte
$\mathbf{B}(r,y)$	Vektor der magnetischen Flussdichte (im Luftspalt des Permanentmagneten in Abhängigkeit des Spulenradius r und der Lage in y-Richtung)
\mathbf{B}_e	Wegableitung der Formfunktionsmatrix in Elementkoordinaten
c	Dämpfungskoeffizient
\mathbf{C}_e bzw. \mathbf{C}	Dämpfungsmatrix in Element- bzw. globalen Koordinaten
c_{magn}	Magnetische Dämpfungskonstante
c_{mech}	Mechanische Dämpfungskonstante
\mathbf{C}_R	Rayleigh-Dämpfung mit den Proportionalitätsfaktoren a und β
D	Dämpfungsrate
\mathbf{D}_e bzw. \mathbf{D}	Materialmatrix in Element- bzw. globalen Koordinaten
e	Regelabweichung
E	E-Modul
\mathbf{E}	Elektrische Felddichte
$E_{nominal}, E_{min}, E_{max}$	Variation des E-Moduls
\mathbf{f}	Vektor der eingprägten Kräfte und Momente
f	Frequenz
$\tilde{F}(\cdot)$	Kraft im Laplacebereich
$\mathbf{F}(t)$	zeitabhängiger Vektor der Kraft
$F(t)$	zeitabhängige Kraft
\mathbf{F}_D	Vektor der Dämpfungskräfte
F_D	Dämpfungskraft
\mathbf{F}_e, \mathbf{F}	Vektor der Knotenkräfte in Element- bzw. globalen Koordinaten
$F_{EM}(t), F_{EM}(I_{EM})$	elektromagnetische Kraft des Lorentzkraftlastwechslers in Abhängigkeit der Zeit bzw. des Spulenstroms
F_{KF24}	Kraftsignal mit Kraftsensor KF24 aufgezeichnet

\mathbf{F}_L	Lorentzkraft in Vektordarstellung
$\mathbf{F}_{Sp}, F_{Sp}(y)$	Vektor der Spulenkraft bzw. skalare y-Komponente der Spulenkraft
f_{TI}	Knickfrequenz der TI -Zeitkonstanten
F_V	Vorspannkraft der Überlastsicherung
F_W	Kraft auf die Waagschale
\mathbf{g}	Vektor der Erdschwerebeschleunigung
$G(j\omega), G(s), G(z)$	Übertragungsfunktion im Frequenz-, Laplace- bzw. z-Bereich
$g(\tau)$	Gewichtsfunktion
$G_{FSp,y}$	Übertragungsfunktion der Waage von der Spulenkraft zur Hebelauslenkung
$G_{FW,y}$	Übertragungsfunktion der Waage von der Kraft auf die Waagschale zur Hebelauslenkung
$G_{Kompensation}$	Übertragungsfunktion des Kompensationsreglers
$G_{m,a,F}$	Übertragungsfunktion der mit dem Shaker ermittelten Beschleunigung und der Masse auf die angezeigte Kraft des Kraftsensors KF24
G_{PIDTI}	Übertragungsfunktion eines PIDT1-Reglers
G_{Pos}	Übertragungsfunktion des Lageindikators
$G_{U,I}$	Übertragungsfunktion des U/I-Wandlers
$G_{UR,UPos}$	Übertragungsfunktion der Waage mit Eingang U_R und Ausgang U_{Pos}
h	Höhe der anschließenden Volumen außerhalb eines Einkörpergelenkes
h	Hebelverhältnis der Waage
$\mathbf{H}_T(\mathbf{p}^*), \mathbf{H}_R(\mathbf{p}^*)$	Jacobi-Matrix der Translation bzw. Rotation
$I_{EM}(t)$	Strom durch EM-Lastwechsler
I_{Pos}	Strom des Photodiode bedingt durch eine Verschiebung y_{Pos}
I_{Sp}	Spulenstrom
$I_{Sp}(U_R)$	Kennlinie zur Abbildung des statischen Verhaltens des U/I-Wandlers als Strom in Abhängigkeit der ausgegebenen Spannung U_R
\mathbf{J}	Trägheitsmatrix
J	Massenträgheitsmoment
J_0	Massenträgheitsmoment um den Schwerpunkt
\mathbf{J}_L	Stromdichte
k	Federkonstante
$\bar{\mathbf{K}}$	dynamische Steifigkeitsmatrix
$\mathbf{K}_e^*, \mathbf{K}_e, \mathbf{K}$	Steifigkeitsmatrix eines Elementes bzw. des Systems in Element- bzw. globalen Koordinaten
$k_{Nominell}, k_{Min}, k_{Max}$	Variation der Federkonstanten eines Einkörpergelenkes bedingt durch Ferti-

	gungstoleranzen und Materialschwankungen
k_p	Proportionalverstärkung des PIDT1-Reglers
k_{rot}	Torsionsfederkonstante
k_{trans}	Translationsfederkonstante
kT	zeitlich äquidistante Zeitschritte T mit $k=1,2,\dots, n$
K_W	Proportionalitätsfaktor zwischen Masse und Spulenstrom einer Waage
k_W	Gesamtfederkonstante der Waage
k_x	Zugfederkonstante eines Einkörpergelenkes in Längsrichtung
k_y	Torsionsfederkonstante eines Einkörpergelenkes quer zur Hauptachse
k_z	Torsionsfederkonstante eines Einkörpergelenkes um die Hauptachse
\mathbf{L}	Vektor des Drehimpulses
l	Pendellänge
$l(r)$	Länge des Kupferdrahtes in Abhängigkeit des Spulenradius r
$l_1 \cdot B_1(r,y), B \cdot l$	Koppelfaktor des elektromagnetischen Antriebssystems
l_2/l_1	Hebelverhältnis der Waage
$l_{SpuleEx-}$	Koppelfaktor des EM-Lastwechslers
$term \cdot B_{MagnetExtern}$	
L_{VC}	Induktivität der Spule
m	Masse
$\mathbf{M}(\mathbf{p}^*)$	Massenmatrix des Starrkörpermodells
$\mathbf{M}(t)$	Zeitabhängiger Vektor des Moments
\mathbf{M}_e, \mathbf{M}	Massenmatrix in Element- bzw. globalen Koordinaten
m_{Magnet}	Masse des Magneten des EM-Lastwechslers
n	Anzahl der Spulenwicklungen
N	Anzahl der Starrkörper
\mathbf{N}_e	Matrix der elementtypischen Formfunktionen
N_Z	Anzahl der Zwangsbedingungen
\mathbf{P}	Vektor des Impulses
$\mathbf{p}^*(t)$	Starrkörperbewegung
\mathbf{q}_G	Vektor der Corioliskräfte und gyroskopischer Terme
\mathbf{q}_R	Vektor der modalen Antworten
r	Spulenradius
R	Kerbradius eines Einkörpergelenkes
${}^A \dot{\mathbf{r}}_{RS}^B$	Zeitableitung im Koordinatensystem A des Verbindungsvektors zwischen den Punkten R und S , dargestellt im Koordinatensystem B
$\tilde{\mathbf{r}}$	Tensor der Translation

$\mathbf{r}(x,y,z), \mathbf{r}(r_x, r_y, r_z)$	zeitabhängige Translation bzw. generalisierte Translation
R_{DC}	Gleichstromwiderstand der Spule
R_{mess}	Messwiderstand
$R_{uu}(\tau)$	Autokorrelationsfunktion
$R_{uy}(\tau)$	Kreuzkorrelationsfunktion
S	Schwerpunkt
\mathcal{A}	Laplacekonstante
$S_{uu}(\omega)$	Autoleistungsdichtespektrum
$S_{uy}(\omega)$	Kreuzleistungsdichtespektrum
\mathbf{T}	Kinematikmatrix
T	Temperatur
$\tilde{\mathbf{T}}$	Transformationsmatrix von Element- in globale Koordinaten
t^*	Tailenweite bzw. Dicke eines Einkörpergelenkes
T_0	minimaler Zeitschritt einer Simulation
T_B	Beobachtungszeit
T_{DI}	Verzögernde Zeitkonstante des PIDT1-Reglers
T_N	Integrationszeitkonstante des PIDT1-Reglers
T_s	Samplingzeitkonstante bzw. Lastschrittweite
$T_{\text{Übergang}}$	Übergangszeit eines Systems
T_V	Differenzierende Zeitkonstante des PIDT1-Reglers
T_{W1}, T_{W2}	Hauptzeitkonstanten der Waage
$u(t), U(\mathcal{A})$	Eingangssignal eines Systems im Zeit- bzw. Laplacebereich
$\mathbf{U}(t) = \mathbf{X} \cdot e^{j\omega t}$	Ansatzfunktion zur Lösung des diskretisierten homogenen FEM-Gleichungssystems
\mathbf{u}_e, \mathbf{U}	Vektor der Knotenpunktverschiebung in Element- bzw. globalen Koordinaten
U_{ind}	induzierte Spannung
U_{mess}	Spannung, die über dem Referenzwiderstand abfällt
$\mathbf{U}_p(t) = \hat{\mathbf{U}} \cdot e^{j\omega t}$	Ansatzfunktion zur Lösung des diskretisierten partikulären Gleichungssystems mit der unbekannten Knotenpunktverschiebung $\hat{\mathbf{U}}$
U_{Pos}	Kennlinie zur Abbildung des statischen Verhaltens des Lageindikators als Spannung in Abhängigkeit der y-Auslenkung des Hebels
U_R	Steuerspannung des U/I-Wandlers
U_{Soll}	Solllage des Hebels ausgedrückt als Spannung
U_{Sp}	Spannung, die über der Spule abfällt

V	Volumen
$\mathbf{v}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\omega})$	generalisierte Geschwindigkeiten mit Translations- und Winkelgeschwindigkeit
v_{\perp}	Geschwindigkeit der Spule in y-Richtung
V_{Sp}	Volumen der Spule
$W_{\gamma}(\xi), w_{\gamma}(\tau)$	Fensterfunktion im Frequenz- bzw. Zeitbereich
\mathbf{X}_i	i-te Eigenform bzw. i-ter Eigenvektor
$y(t), Y(s)$	Ausgangssignal eines Systems im Zeit- bzw. Laplacebereich
y_{Pos}	Auslenkung des Waagenhebels in y-Richtung
\mathbf{Z}	Vektor der Zwangskräfte- und Momente
z	$z = e^{\mathcal{A}t_s}$
$z(t), Z(s)$	Störsignal auf ein System im Zeit- bzw. Laplacebereich
α	Dämpfungsparameter der Rayleigh Dämpfung
β	Dämpfungsparameter der Rayleigh Dämpfung
$\beta_G, \gamma_G, \delta_G, \varepsilon_G$	einheitenlose Kenngrößen zur Charakterisierung von Einkörpergelenken
$\boldsymbol{\gamma}$	diagonalisierte Steifigkeitsmatrix
$\boldsymbol{\Delta}$	generalisierte Dämpfungsmatrix
δ	Abklingkoeffizient
ΔE	rechnerisch ermittelte Variation des E-Moduls bedingt durch Fertigungstoleranzen
Δk	Variation der Federkonstanten eines Einkörpergelenkes bedingt durch Fertigungstoleranzen und Materialschwankungen
$\delta \mathbf{p}^*$	virtuelle Verschiebung der Starrkörperbewegung
$\delta \mathbf{u}$	Variation der Knotenpunktsverschiebung
δW	virtuelle Arbeit
$\delta W(a), \delta W(i)$	virtuelle äußere bzw. innere Arbeit
$\delta \Pi(a), \delta \Pi(i), \delta \Pi(k)$	Variation der äußeren, inneren bzw. kinetischen Energie
ε	mechanische Dehnung
$\boldsymbol{\eta}(\alpha, \beta, \gamma), \boldsymbol{\eta}(\eta_{\alpha}, \eta_{\beta}, \eta_{\gamma})$	zeitabhängige Rotation bzw. generalisierte Rotation
θ_m	halber maximaler Öffnungswinkel eines Einkörpergelenkes
λ	Eigenwert
$\boldsymbol{\mu}$	diagonalisierte Massenmatrix
Π, Π_e	Energie in globalen bzw. Elementkoordinaten
$\Pi_{e(i)}$	Innere Energie bezogen auf Elemente

$\Pi_{e(k)}$	Kinetische Energie bezogen auf Elemente
$\Pi_{k(a)}$	Äußere Energie bezogen auf Knoten
ρ	Dichte
σ	mechanische Spannung
σ_M	Elektrische Leitfähigkeit
Φ	Modalmatrix, zusammengesetzt aus Eigenvektoren
$\bar{\varphi}_e$	zeitabhängige Ansatzfunktion in Elementkoordinaten
$\Phi(\mathcal{J})$	Winkelauslenkung im Laplacebereich
$\phi(t)$	Winkelauslenkung
φ_{ei}	FEM-Ansatzfunktion des i-ten Elements in Elementkoordinaten
ω	Eigenfrequenz
$\tilde{\omega}$	Tensor der Drehgeschwindigkeit

1 Einführung und Überblick

Waagen nach dem Prinzip der elektromagnetischen Kraftkompensation (EMK-Waagen) stellen bezüglich Präzision und Auflösung nach dem aktuellen Stand der Forschung die Spitze der derzeit technischen Möglichkeiten dar. Vermehrt kommen sie jedoch nicht mehr nur für statische Wägaufgaben, sondern auch für die dynamische Wägetechnik zum Einsatz. Vor allem in der Lebensmittel- und Pharmabranche werden sehr hohe Auflösungen bei geringen Wägezeiten gefordert, diktiert durch die Taktzeiten von Abfüllanlagen. Da bereits jetzt der Wägeprozess den zeitlichen Engpass in Abfüllprozessen bildet ist zu erwarten, dass die Anforderungen an die Geschwindigkeit von EMK-Waagen weiter steigen. Die geforderten geringen Einschwingzeiten sind nur mit einem optimalen Zusammenspiel aller Komponenten einer Waage zu erreichen. Bei der derzeitigen Form der Neuentwicklung einer Waage wird dieses Ziel zwar angestrebt, jedoch besteht noch erhebliches Verbesserungspotential.

Beim Neuentwurf einer EMK-Waage werden aktuell parallel zueinander die Waagenmechanik, die Elektronik (Abtastschaltungen, Regler- und Filterplatine sowie Kommunikationsschnittstellen) und das Magnetsystem entworfen. Die Vorgaben hierzu sind lediglich einige Randbedingungen wie der gewünschte Lastbereich, die Hebelübersetzung, als zentraler Punkt die Auflösung, die zu realisierende Einschwingzeit sowie tatsächliche Randbedingungen wie beispielsweise äußere Abmaße und gewünschtes Preissegment. Die so entwickelten Komponenten werden im nächsten Schritt zusammengefügt und Feinabstimmungen vorgenommen. Auf Grund der an dieser Stelle bereits sehr weit fortgeschrittenen und kostenintensiven Entwicklung – bedingt durch die Fertigung mechanischer Prototypen – erfolgen zu diesem Zeitpunkt keine grundlegenden Änderungen mehr an der Mechanik. Daraus resultiert, dass eine Modifikation der dynamischen Eigenschaften der Waage nur noch durch Anpassung des Reglers und der Filter möglich ist.

Durch diese recht zeiteffiziente Form der Entwicklung kommt keine Optimierung des Gesamtsystems zustande. Jedes Teil wird für sich nach bestimmten Kriterien ausgelegt, womit aber nicht zwangsläufig ein optimales Zusammenspiel aller Komponenten erreichbar ist.

Im Zuge des Entwicklungsprozesses einer EMK-Waage werden bereits viele Simulationen zur Überprüfung einzelner Komponenten vorgenommen. So sind beispielsweise Simulationen des Verhaltens der Elektronik in Programmen wie PSPICE Stand der Technik, ebenso wie Simulationen der Mechanik mit der Finite-Elemente-Methode (FEM). Hierbei werden häufig Modalanalysen zum Auffinden der Eigenfrequenzen des Systems sowie Temperaturfeldsimulationen zur Untersuchung des Wärmeeintrags der Elektronik in die Mechanik durchgeführt. In keiner dieser Simulationen wird jedoch das Zusammenspiel aller Komponenten analysiert. Wechselwirkungen zwischen der

Mechanik, dem Regler, dem Lageindikator und dem elektromagnetischen Antrieb bleiben völlig unbeachtet.

Eine Optimierung des Gesamtsystems anhand von Prototypen ist aus zeitlichen und finanziellen Gründen nicht wirtschaftlich. Jedoch bietet sich eine Optimierung basierend auf möglichst exakten numerischen Modellen an. Solch ein numerisches Modell der mechatronischen Gegebenheiten einer EMK-Waage existiert zum aktuellen Stand der Forschung noch nicht. Auf Grund dieser Beobachtungen werden in dieser Arbeit zwei Konzepte zur Erstellung mechatronischer Modelle mit dem Fokus auf EMK-Waagen entwickelt, die zur Optimierung komplexer mechatronischer Systeme mit Reglern angewendet werden können. Damit ist bereits zu einem sehr frühen Stadium der Entwicklung das Aufzeigen von Schwachstellen möglich, ebenso eine wechselseitige Anpassung der Komponenten aufeinander. Ein optimales Systemverhalten ist auf diese Weise zielgerichtet sowie kosten- und zeiteffizient zu erreichen.

Zur Erstellung eines Modells kann prinzipiell ein analytischer oder ein numerischer Ansatz gewählt werden. Der Vorteil eines analytischen Modells ist, dass es vollständig parametrisch und somit invertierbar ist. Zum Erreichen einer bestimmten Eigenschaft kann also direkt nach dem Wert des jeweiligen Parameters gesucht werden. Auf Grund der Komplexität der Mechanik einer EMK-Waage führt jedoch bereits das mechanische Teilmodell zu einer hochgradig nichtlinearen Differentialgleichung, welche nicht mehr analytisch gelöst werden kann. Bei einer numerischen Lösung dieser analytischen Gleichung geht der Vorteil der leichten Parametrisier- und Invertierbarkeit verloren. Um diesen Vorteil zu erhalten, muss der Grad der Modellierungstiefe dramatisch verringert werden. Das resultierende Modell ist bedingt durch den hohen Grad der Abstraktion jedoch nicht mehr geeignet, die spezifischen Eigenschaften eines bestimmten Systems zu optimieren.

Im Gegensatz hierzu bieten numerische Modelle die Möglichkeit, einen hohen Detaillierungsgrad zu erreichen. Erfahrungsgemäß können beispielsweise mit FEM-Modellen sehr gute Übereinstimmungen mit Messungen erzielt werden. Nachteilig an numerischen Modellen, insbesondere an FEM-Modellen, sind die schlechte Parametrisierbarkeit sowie die großen Mengen anfallender Daten. Des Weiteren ist gerade für FEM-Probleme, in denen mehrere physikalische Domänen miteinander verknüpft werden, die numerische Konvergenz der Lösung stark erschwert.

Da beide Formen der Modellbildung, analytisch sowie numerisch, Vor- und Nachteile mit sich bringen, fiel in dieser Arbeit die Wahl auf einen Mittelweg, der die Vorteile beider Methoden in sich vereint. Hierzu wurde der mechanische Teil der Waage mittels eines Mehrkörperdynamikmodells dargestellt und mit einem analytischen Modell für den elektromagnetischen Antrieb verbunden. Die Darstellung der anderen Bestandteile des Systems erfolgte mittels parametrischer Funktionen. Auf diese Weise ist ein Modell für den offenen und geschlossenen Regelkreis entstanden, das vollständig parametrisierbar ist, die physikalischen Gegebenheiten gut abbildet und in geringer Rechenzeit Ergebnisse liefert, welche sehr gut mit Messergebnissen übereinstimmen. Lediglich einige höhere Moden mechanischer Schwingungen sind, bedingt durch die Struktur des Mehrkörperdynamikmodells, nicht abbildbar.

Diese höheren Moden sind jedoch mit einem FEM-Modell darstellbar. Die Ergänzung eines FEM-Modells der Waagenmechanik durch elektromagnetischen Antrieb, Abtastung und Regler erfolgte durch Implementation von mathematischen Funktionen in dem Simulationsablauf mittels ANSYS Parametric Design Language (APDL).

Beide so entstandenen Modelle haben ihre Daseinsberechtigung: Das Modell auf Basis eines Mehrkörperdynamikmodells eignet sich für niederfrequente Untersuchungen mit langer Zeitdauer sowie für Untersuchung und Optimierung der Interaktion von Mechanik, Elektronik, Magnetkreis und Regler. Die Vorzüge des FEM-Modells zeigen sich in der Untersuchung des höherfrequenten Spektralbereiches, des Verhaltens höherer Moden unter Einfluss des Reglers sowie des Einflusses des wirkenden Temperaturfeldes auf das mechanische Verhalten und für statische mechanische Untersuchungen. Beide Modelle bieten ein recht einfach zu handhabendes Werkzeug zur Analyse und Optimierung des Systemverhaltens im offenen und geschlossenen Regelkreis.

Aus diesen Überlegungen ergibt sich der Aufbau der Arbeit wie folgt: Der Einleitung schließt sich im Kapitel „Grundlagen und Einführung der verwendeten Methoden“ eine kurze Einführung zu Aufbau und Funktionsweise von EMK-Waagen an, einige relevante theoretische Grundlagen zu FEM- und Mehrkörperdynamikmodellen werden erläutert sowie ein Überblick über die verwendeten Methoden zur Systemidentifikation gegeben. Im Kapitel zum Stand der Technik findet sich sowohl ein Abriss zum Stand der Technik der untersuchten Waagen als auch zu den bereits existenten Arbeiten zur Modellierung von EMK-Waagen. Im folgenden Kapitel „Modellierung der Komponenten einer EMK-Waage“ werden das erweiterte Mehrkörperdynamikmodell und dessen Bestandteile vorgestellt, ebenso Methoden zur Ermittlung der benötigten Parameter. Darüber hinaus finden sich hier die Beschreibung des Aufbaus des FEM-Modells und die Übersetzung der nicht-mechanischen Modelle in APDL-Code. Die komplette Vorgehensweise zur Erstellung der gewählten Modelltypen wird in diesem Kapitel erläutert.

Das Kapitel „Charakterisierung der zu Validierungszwecken verwendeten Waage“ stellt einen Messaufbau vor, der für Vergleichsmessungen und zur Validierung der Modelle eingesetzt wurde und enthält eine kurze Beschreibung der Komponenten und ihrer Eigenschaften. Des Weiteren folgt die Entwicklung und Überprüfung verschiedener neuer Methoden zum Erzeugen eines Lastwechsels. Im Kapitel „Validierung der Modelle“ werden für verschiedene Szenarien die Simulationsergebnisse mit Messwerten verglichen und diskutiert. Den Abschluss dieses Kapitels bildet der Vergleich der Modelle hinsichtlich deren Eigenschaften und Grenzen, ergänzt durch Vorschläge zur Verbesserung des untersuchten Systems.

Abschließend werden im Kapitel „Zusammenfassung und Ausblick“ die wichtigsten Ergebnisse der Arbeit zusammengefasst und diskutiert und ein Ausblick auf weitere Anwendungen und Optimierungsmöglichkeiten der Modelle gegeben.

2 Grundlagen und Einführung der verwendeten Methoden

Im folgenden Kapitel wird ein kurzer Überblick zu Themen gegeben, die für das Verständnis der Arbeit relevant sind. Zu folgenden Aspekten wird eine Einführung gegeben: Zur Funktionsweise von EMK-Waagen, zur theoretischen Grundlage der Mehrkörperdynamikmodelle und der Finite-Elemente-Methode und zuletzt zur Theorie der verwendeten Methoden der Systemidentifikation. Fett dargestellte Buchstaben symbolisieren im Folgenden Vektoren und Matrizen.

2.1 Funktionsweise einer EMK-Waage

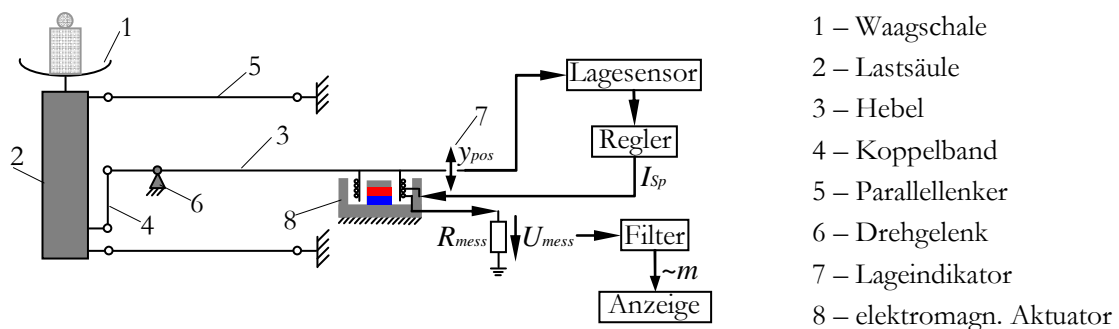


Abb. 2.1 Systematische Darstellung des Aufbaus einer EMK-Waage

Eine EMK-Waage ist ein komplexes mechatronisches Gebilde, bestehend aus fünf zentralen Elementen: Einer Waagenmechanik, einem Lageindikator, einem Regler, einem elektromagnetischen Antrieb bestehend aus Spule und Permanentmagnet und einer Anzeigeeinheit. In Abb. 2.1 wird das Prinzip eines häufig verwendeten Aufbaus dargestellt, der auch in den untersuchten Waagen anzutreffen ist. Wird ein Gewicht auf die Waagschale (1) aufgebracht, senkt sich diese zusammen mit der Lastsäule (2) parallel geführt von den Parallelenkern (5) ab. Diese Bewegung wird von dem Koppelband (4) auf den Hebel (3) übertragen, welcher sich (hier) um ein Festlager (6) dreht. Alle Gelenke der Waage sind als Einkörper- bzw. Federgelenke realisiert, wodurch Spielfreiheit und sehr gute mechanische Reproduzierbarkeit gewährleistet werden. Die Bewegung des Hebels wird von einem Lageindikator (7) registriert, in ein elektrisches Signal gewandelt und an einen Regler übergeben. An dem Hebel ist eine Kupferspule befestigt, welche sich in einem annähernd konstanten Magnetfeld eines Permanentmagneten (8) bewegt.

Wird diese Spule nun bestromt, entsteht eine elektromagnetische Kraft, die für eine Anziehung oder Abstoßung der Spule relativ zum Magneten sorgt, je nach Richtung des Stroms. Der Regler bewirkt so lange eine Stromänderung, bis der Hebel in seine Nulllage zurückkehrt. Die Kraft, die durch die aufgelegte Masse auf die Waagschale wirkt, wird somit vollständig kompensiert. EMK-Waagen sind somit als Waagen nach dem Kompensationsprinzip kategorisierbar [41]. Der geschlossene Regelkreis sorgt für sehr geringe Bewegungen des Hebels, welcher für die untersuchte Wägezelle einen maximalen Bewegungsbereich von $\pm 200 \mu\text{m}$ überstreicht. Durch eine Spannungsmessung über einen Präzisionsreferenzwiderstand wird der Spulenstrom bestimmt, der für den statischen eingeschwungenen Zustand ein sehr genaues Maß für die aufgelegte Masse darstellt (2.1):

$$m \cdot \mathbf{g}_z \cdot l_1 = l_2 \cdot \int \mathbf{J} \times \mathbf{B} dA = l_2 \cdot I_{Sp} \cdot l \cdot B_{\perp}(r, y) \quad (2.1)$$

- m – Zu bestimmende Masse
- \mathbf{g}_z – Erdschwerebeschleunigung
- l_2/l_1 – Hebelverhältnis der Waage (siehe hierzu Kapitel 4.3.1.1, S. 63, Abb. 4.28)
- I_{Sp} – Spulenstrom
- \mathbf{B} – Magnetische Flussdichte im Luftspalt des Permanentmagneten
- \mathbf{J} – Stromdichte im Leiter
- dA – Spulenquerschnitt
- $l \cdot B_{\perp}(r, y)$ – Koppelfaktor des elektromagnetischen Antriebssystems

Der lokale Wert der Erdschwerebeschleunigung kann aus speziellen Karten abgelesen werden, beispielsweise aus dem Schwere-Informationssystem der PTB [75]. Änderungen der Fallbeschleunigung führen zu systematischen Abweichungen bzw. Änderungen der Empfindlichkeit der Waage. Sind höher aufgelöste Angaben als in [75] notwendig, muss auf aufwändige gravimetrische Messungen zurückgegriffen werden (mit Auflösungen bis zu 10^{-9} m/s^2) [15].

Das Hebelverhältnis l_2/l_1 wird durch die Geometrie der Waagenmechanik bestimmt. Je größer das Verhältnis ist, desto kleiner kann die Spule bei unverändertem Magnetsystem ausgelegt werden bzw. desto stärker kann der Spulenstrom reduziert werden. Damit kann die lokale Erwärmung der Spule und die daraus resultierende Messabweichung vermindert werden. Wird das Hebelverhältnis jedoch sehr groß gewählt, wirkt sich das ungünstig auf die Dynamik der Waage aus [5].

Der Wert für den Koppelfaktor $l \cdot B_{\perp}(r, y)$ kann messtechnisch für jede einzelne Waage sehr genau bestimmt werden. Hierzu werden Messungen des Spulenstromes bei der Auflage von Gewichtsstücken möglichst hoher Präzision unter Kenntnis des Hebelverhältnisses miteinander in ein Verhältnis gesetzt.

Anstelle der Einzelbestimmung der Parameter aus (2.1) wird zur Kalibrierung einer Waage mittels eines Gewichtssatzes mit bekannten Massen m_i ein Proportionalitätsfaktor K_W bestimmt, womit der Zusammenhang zwischen zu bestimmender Masse und Spulenstrom hergestellt wird:

$$m = K_W \cdot I_{Sp} \quad (2.2)$$

Um eine Verfälschung des Messergebnisses durch den Einfluss von Federkräften aus den Gelenken zu verhindern, müssen die Einkörpergelenke und ihre Lage zueinander so beschaffen sein, dass die resultierenden Federkräfte in der Nulllage geringer sind als die auflösbaren Nutzkkräfte auf die Waagschale. Als Folge daraus muss der Hebel durch den Regler möglichst exakt in der Nulllage gehalten werden woraus sich eine hohe Anforderung an die Auflösung des Lageindikators ergibt.

Als weitere Einflussfaktoren auf das Messergebnis können aus [12], [38], [39] und [41] folgende Faktoren genannt werden: Durch Schwankungen der Luftdichte ändert sich der Auftrieb sowohl an Waagenbauteilen als auch an Gewichtsstücken. Dieser Einfluss kann entweder durch Kalibrierung beseitigt werden oder für höchstgenaue Messungen wie in [16] mittels Durchführung der Messung unter Luftabschluss bzw. unter Vakuum. Der Einfluss der Temperatur tritt in mehreren Aspekten zu Tage: Zeitliche Temperaturänderungen äußern sich in Signaldriften, räumliche Temperaturgradienten führen zu systematischen Abweichungen. Diese Einflüsse können durch den Einsatz geeigneter (dynamischer) Modelle kompensiert werden, wie sie in [22] und [23] dargestellt sind. Zu den Klimakenngrößen zählt außer der Temperatur und der Dichte der Luft auch die Feuchte. Auch sie führt zu systematischen Abweichungen, welche mittels geeigneter Modelle kompensiert werden können [30]. Durch elektrostatische Aufladung von Wägegut oder Waagenteilen entstehen Kraftnebenschlüsse, woraus systematische Abweichungen des Messwertes bzw. eine Änderung der Empfindlichkeit der Waage resultieren [60]. Dieser Einfluss kann durch EMV-Schutzmaßnahmen (Elektromagnetische Verträglichkeit) reduziert bzw. unterbunden werden [25]. Durch das Vorhandensein externer Magnetfelder (zusätzlich zu dem Magnetfeld von Permanentmagnet und Spule) resultiert ebenfalls eine systematische Abweichung des Messwertes. Dies kann insbesondere durch geeignete Schirmung an Kabeln und Gehäusen verhindert werden. Mechanische Einflüsse wie Kippung der Waage und Bodenerschütterungen führen sowohl zu systematischen Abweichungen, welche durch geeignete Justage, Signalverarbeitung bzw. konstruktive Veränderungen unterdrückt werden können [12], [41], [48], als auch zu einer Vergrößerung der Standardabweichung.

Sind alle Konstanten der Gleichung (2.1) bzw. die Kalibrierkonstante K_W aus (2.2) bekannt, kann durch eine Spannungsmessung über den Referenzwiderstand R_{mess} der Rohwert der gesuchten Masse bestimmt werden. Dieser Wert wird gefiltert, um Messrauschen und mechanisches Schwingen zu eliminieren, und mit Korrekturwerten gewichtet, um den Einfluss der oben genannten Faktoren auf das Messergebnis zu unterdrücken. Der gefilterte und korrigierte Messwert der Masse wird zur Anzeige gebracht.

2.2 Grundlagen der Mehrkörperdynamiksimulation

Mehrkörperdynamikmodelle bzw. Starrkörpermodelle beschreiben das mechanische Verhalten eines Systems, in diesem Fall soll das dynamische Verhalten der Waagenmechanik abgebildet werden. Hierbei wird davon ausgegangen, dass sich jedes mechanische System durch drei Elementklassen abbilden lässt:

- *Starre Körper*. Diese können durch die Lage des Schwerpunktes relativ zu einem Referenzkoordinatensystem oder Inertialsystem, der Masse und des Massenträgheitsmoments um den Schwerpunkt vollständig beschrieben werden. Im Fall einer EMK-Waage werden Hebel, Lenker, Waagschale etc. als Starrkörper modelliert.
- Durch *Gelenke* können Körper kinematisch miteinander gekoppelt werden. Diese Kopplung ist ideal reibungsfrei und masselos, lediglich die Freiheitsgrade der Körper relativ zueinander werden eingeschränkt. Diese Einschränkung erfolgt für EMK-Waagen wie im Stand der Technik beschrieben (siehe Abschnitt 3.1) mittels Einkörpergelenken.
- Durch *Kraftelemente* werden Körper ebenfalls gekoppelt. Hierbei werden in die Körper – in Abhängigkeit der kinematischen Konfiguration zueinander – Kräfte und Momente eingeleitet. Beispiele für Kraftelemente sind Federn oder Dämpfer. Für EMK-Waagen treten Federelemente immer nur im Zusammenhang mit den Einkörpergelenken auf; aus diesem Grund werden den Gelenken Federkonstanten zugewiesen.

Der schematische Aufbau eines Starrkörpermodells, bestehend aus den drei eingeführten Elementklassen, findet sich in Abb. 2.2.

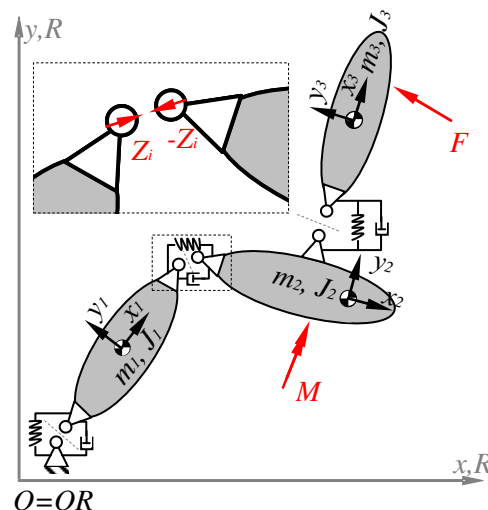


Abb. 2.2: Schematischer Aufbau eines Starrkörpermodells

Die Angriffspunkte der Gelenke und Kraftelemente an den Körpern werden ebenso wie die Lage des Körperschwerpunktes durch lokale körperfeste Koordinatensysteme definiert (siehe Abb. 2.2).

Deren Anfangslage wird relativ zu dem Referenzkoordinatensystem festgelegt, also in globalen kartesischen Koordinaten.

Im folgenden Abschnitt werden die Grundgleichungen zur Beschreibung des Verhaltens eines Starrkörpermodells kurz eingeführt. Eine sehr ausführliche Herleitung hierzu findet sich in [26], [27], [65] und [84]. Ein Starrkörpermodell lässt sich vollständig durch drei Grundgleichungen (2.3) darstellen. In diesen Grundgleichungen werden das kinematische Verhalten (a), das dynamische Verhalten (b) sowie Zwangsbedingungen der Körper (c) abgebildet.

$$\begin{aligned}
 (a) \quad & \dot{\mathbf{p}}^* = \mathbf{T}(\mathbf{p}^*) \cdot \mathbf{v} \\
 (b) \quad & \mathbf{M}(\mathbf{p}^*) \cdot \dot{\mathbf{v}} = \mathbf{f} + \mathbf{Z} - \mathbf{q}_G \\
 (c) \quad & \mathbf{g}(\mathbf{p}^*) = \mathbf{0}
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

Die kinematische Differentialgleichung (2.3)(a) kann aus der Bewegungsbeschreibung eines Starrkörpers, beispielsweise eines Lenkers, abgeleitet werden (siehe Abb. 2.3).

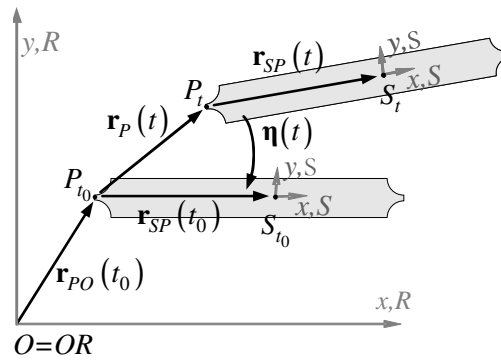


Abb. 2.3: Darstellung der Starrkörperbewegung eines Parallellenkens

Jede Starrkörperbewegung $\mathbf{p}^*(t)$ setzt sich aus einer zeitabhängigen Translation $\mathbf{r}(x,y,z)$ und einer zeitabhängigen Rotation $\boldsymbol{\eta}(\alpha,\beta,\gamma)$ zusammen. Durch eine Koordinatentransformation mit der Matrix \mathbf{A}^{RS} kann die Bewegung von einem lokalen Koordinatensystem S (beispielsweise im Schwerpunkt des Lenkers) auf das Referenzkoordinatensystem R (beispielsweise ortsfest in der Nulllage der Schlitzblende im Hebel) abgebildet werden. Hierbei muss das Referenzkoordinatensystem nicht zwangsläufig ein kartesisches Koordinatensystem sein. Die Bewegung wird damit zu einer generalisierten Translation $\mathbf{r}(r_x, r_y, r_z)$ und Rotation $\boldsymbol{\eta}(\eta_\alpha, \eta_\beta, \eta_\gamma)$ [26], [27], [65]. Durch Ableiten dieser Gleichung erhält man die kinematische Differentialgleichung, in der die zeitliche Ableitung der generalisierten Lagekoordinaten $d\mathbf{p}^*/dt = (d\mathbf{r}/dt^T, d\boldsymbol{\eta}/dt^T)^T$ mit den generalisierten Geschwindigkeiten $\mathbf{v} = (\mathbf{u}^T, \boldsymbol{\omega}^T)^T$, bestehend aus Translations- und Rotationsgeschwindigkeit, über die Kinematikmatrix \mathbf{T} (2.4) verknüpft werden.

$$\mathbf{T}(\mathbf{p}^*) = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_T(\mathbf{p}^*) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{H}_R(\mathbf{p}^*) \end{bmatrix}^{-1} \quad (2.4)$$

Die Jacobi-Matrizen¹ der Translation \mathbf{H}_T und der Rotation \mathbf{H}_R stellen hierbei im Referenzkoordinatensystem den Zusammenhang zwischen lokalen und generalisierten Koordinaten her.

Ist die Bewegung der einzelnen Körper definiert, müssen deren Abhängigkeiten zueinander formuliert werden. Werden die N Starrkörper einer Waage durch Gelenke miteinander verbunden, wird die Anzahl ihrer Freiheitsgrade ($6N$) reduziert. Diese Reduktion erfolgt durch N_Z kinematische Zwangsbedingungen, welche die Geometrie des Gelenks widerspiegeln und eine beschränkte Anzahl von Absolut- bzw. Relativbewegungen zulassen. Im Fall von Einkörpergelenken kann in erster Näherung ein Drehgelenk mit einem Freiheitsgrad um die Drehachse definiert werden. Um die Lage $\mathbf{p}^*(t)$ der Körper eindeutig zu definieren, werden zusätzlich weitere $6N - N_Z$ aktive Zwangsbedingungen oder externe Kräfte $\mathbf{F}_i(t)$ und Momente $\mathbf{M}_j(t)$ und deren Anfangsbedingungen benötigt. Im Fall einer EMK-Waage wirken beispielsweise externe Kräfte auf den Hebel und die Waagschale. Werden Zwangsbedingungen definiert, spricht man von einer kinematischen Analyse, bei der Definition von Kräften und Momenten hingegen von einer dynamischen Analyse. Aktive Zwangsbedingungen werden durch ideale Aktuatoren symbolisiert; diese kamen für die Modellierung der Waagenmechanik jedoch nicht zum Einsatz. Fasst man die kinematischen Zwangsbedingungen und die aktiven Zwangsbedingungen zu einem Vektor zusammen, erhält man die allgemeinen Zwangsbedingungen (2.3)(c). Die aufgebrachten Zwangsbedingungen führen zu Zwangskräften und -momenten, welche auf die Starrkörper wirken. Trennt man die Starrkörper im Gelenk voneinander, sind die Zwangskräfte und -momente betragsmäßig gleich groß und wirken in entgegengesetzter Richtung auf die Körper (siehe Abb. 2.2). Da die Zwangsbedingungen keine Verschiebungen in den Gelenken verursachen, wird auch keine Arbeit verrichtet. Um dennoch die Zwangskräfte darstellen zu können, kommt das Prinzip der virtuellen Arbeit bzw. der virtuellen Verschiebung nach d'Alembert zur Anwendung [26], [37]. Hierbei wird angenommen, dass das System durch die Zwangskräfte eine infinitesimale Verschiebung $\delta\mathbf{p}^*$ erfährt, welche mit den geometrischen (Zwangs-) Bedingungen des Körpers verträglich ist. Die dabei geleistete virtuelle Arbeit ist null.

$$\delta W = \mathbf{Z}^T \cdot \delta\mathbf{p}^* = 0 \quad (2.5)$$

Der Vektor der Zwangskräfte und -Momente \mathbf{Z} steht senkrecht auf der Fläche, die durch die Zwangsbedingungen aufgespannt wird, und kann dadurch als Linearkombination von deren Gradienten dargestellt werden. Das erfolgt häufig mittels Lagrange-Multiplikatoren.

¹ Die Jacobi-Matrix der Größe $m \times n$ umfasst sämtliche erste partielle Ableitungen einer Funktion $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$

Die Gleichungen (2.3)(a), (2.3)(c) sowie (2.5) beschreiben die kinematischen Eigenschaften miteinander gekoppelter Körper. Völlig außer Acht gelassen wurden bis jetzt allerdings die dynamischen Eigenschaften der Körper, welche über das zweite Newtonsche Axiom in Gleichung (2.6) und den Eulerschen Drehimpulssatz in Gleichung (2.7) beschrieben werden können. Da Drehbewegungen keinen Einfluss auf den Impuls eines Körpers haben, geht die Beschreibung über die allgemeine Lagekoordinate \mathbf{p}^* in die mit lediglich translatorischem Anteil \mathbf{r} über. Die Indizes R , P bzw. S in den folgenden Gleichungen zeigen an, in welchem der Koordinatensysteme aus Abb. 2.4 die Vektoren angegeben werden.

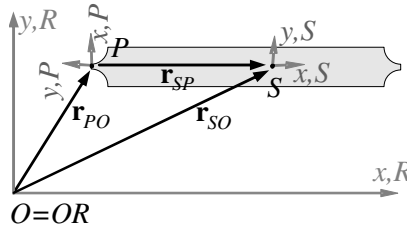


Abb. 2.4: Vektordiagramm zur Definition von Impuls und Drehimpuls anhand des Beispiels eines Lenkers

$$\frac{{}^R d}{{}^R dt} \mathbf{P}_O^R := \frac{{}^R d}{{}^R dt} \left(\int {}^R \dot{\mathbf{r}}^R dm \right) = \sum_i \mathbf{F}_i^R \quad (2.6)$$

$$\frac{{}^R d}{{}^R dt} \mathbf{L}_O^R := \frac{{}^R d}{{}^R dt} \left(\int \mathbf{r}^R \times {}^R \dot{\mathbf{r}}^R dm \right) = \sum_i \mathbf{M}_i^R \quad (2.7)$$

Die Einführung der zwei schiefssymmetrischen Matrizen $\tilde{\boldsymbol{\omega}}$ (Tensor der Drehgeschwindigkeit) und $\tilde{\mathbf{r}}$ (Tensor der Translation) erleichtert die Schreibweise im Folgenden:

$$\tilde{\boldsymbol{\omega}} = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad \boldsymbol{\omega} = \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix}; \quad \tilde{\mathbf{r}} = \begin{pmatrix} 0 & -r_z & r_y \\ r_z & 0 & -r_x \\ -r_y & r_x & 0 \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad \mathbf{r} = \begin{pmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{pmatrix}$$

Diese schiefssymmetrischen Matrizen erfüllen die folgenden Eigenschaften:

$$\tilde{\boldsymbol{\omega}} \cdot \mathbf{r} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} \quad \text{bzw.} \quad \tilde{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{r} = \mathbf{r} \times \mathbf{r}$$

Eine ausführliche Herleitung hierzu findet sich in [65].

Der Impuls \mathbf{P} eines Parallelenkers im Referenzkoordinatensystem R berechnet sich zu Gleichung (2.8) [26] (die Dichte wird als konstant angenommen)

$$\mathbf{P}_O^R = m \cdot {}^R \dot{\mathbf{r}}_{SO}^R + m \cdot \mathbf{A}^{RP} \cdot \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{PR}^P \cdot \mathbf{r}_{SP}^P \quad (2.8)$$

wobei \mathbf{A}^{RP} die Transformationsmatrix von Koordinatensystem P in das Referenzkoordinatensystem R darstellt und die Winkelgeschwindigkeiten zwischen den Koordinatensystemen R und P im Koordinatensystem P durch $\boldsymbol{\omega}_{PR}^P$ repräsentiert wird.

Der Drehimpuls \mathbf{L} im Referenzkoordinatensystem R berechnet sich zu der Gleichung (2.9) [26] mit der Trägheitsmatrix \mathbf{J}_P^P um den Punkt P im Koordinatensystem P .

$$\mathbf{L}_O^R = \mathbf{A}^{RP} \cdot \mathbf{J}_P^P \cdot \boldsymbol{\omega}_{PR}^P + m \cdot \tilde{\mathbf{r}}_{PO}^R \cdot {}^R \dot{\tilde{\mathbf{r}}}_{SO}^R + m \cdot \mathbf{A}^{RP} \cdot \tilde{\mathbf{r}}_{SP}^P \cdot \mathbf{A}^{PR} \cdot {}^R \dot{\tilde{\mathbf{r}}}_{PO}^R \quad (2.9)$$

Die Elemente der Hauptachse der Trägheitsmatrix enthalten hierbei Massenträgheitsmomente; die Nebendiagonalelemente sind symmetrisch und enthalten Deviationsmomente.

Setzt man nun die Gleichungen (2.8) und (2.9) in die Gleichungen (2.6) und (2.7) ein, erhält man daraus die Newton-Euler-Gleichungen für räumliche Starrkörperbewegungen ohne Zwangskräfte (2.10). In der Massenmatrix \mathbf{M} sind Massen und Trägheitsmomente der Starrkörper enthalten, auf die die Beschleunigungen $\dot{\mathbf{v}}$ wirken. Der Vektor \mathbf{f} beinhaltet eingeprägte sowie durch Federn verursachte Kräfte und Momente. In \mathbf{q}_G finden sich Corioliskräfte und gyroskopische Terme. Zusammen mit den Zwangskräften \mathbf{Z} aus Gleichung (2.5) wird mit (2.10) das dynamische Verhalten eines Starrkörpermodells wie in Gleichung (2.3)(b) beschrieben.

$$\begin{aligned} & \underbrace{\begin{pmatrix} m \cdot \mathbf{I}_3 & -m \cdot \mathbf{A}^{RP} \cdot \tilde{\mathbf{r}}_{SP}^P \\ -m \cdot \tilde{\mathbf{r}}_{SP}^{PT} \cdot \mathbf{A}^{PR} & \mathbf{J}_P^P \end{pmatrix}}_{\mathbf{M}(\mathbf{p}^*)} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} {}^R \ddot{\tilde{\mathbf{r}}}_{PO}^R \\ \dot{\boldsymbol{\omega}}_{PR}^P \end{pmatrix}}_{\dot{\mathbf{v}}} \\ &= \underbrace{\begin{pmatrix} \sum_i \mathbf{F}_i^R \\ \sum_j \mathbf{M}_j^P + \sum_j \tilde{\mathbf{r}}_{P_jP}^P \cdot \mathbf{F}_j^P \end{pmatrix}}_{\mathbf{f}} - \underbrace{\begin{pmatrix} m \cdot \mathbf{A}^{RP} \cdot \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{PR}^P \cdot \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{PR}^P \cdot \mathbf{r}_{SP}^P \\ \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{PR}^P \cdot \left[\mathbf{J}_S^P + m \cdot \left(\mathbf{r}_{SP}^{PT} \cdot \mathbf{r}_{SP}^P \cdot \mathbf{I}_3 - \mathbf{r}_{SP}^P \cdot \mathbf{r}_{SP}^{PT} \right) \right] \cdot \boldsymbol{\omega}_{PR}^P \end{pmatrix}}_{\mathbf{q}_G} \end{aligned} \quad (2.10)$$

2.3 Finite-Elemente-Methode

Eine Möglichkeit zur Modellierung von mechanischen Systemen ist die bereits eingeführte Simulation mittels Starrkörpermodellen. Hierbei wird die Mechanik der EMK-Waage als System von diskreten Massen, Federn und Dämpfern verstanden. Der Vorteil an diesem Modellierungsansatz ist, dass das resultierende Modell übersichtlich ist und das zugehörige Gleichungssystem nur über eine endliche Anzahl an Parametern verfügt und damit in geringer Zeit und ohne zu großen Hardwareaufwand lösbar ist. Der Nachteil dieses Modellierungsansatzes liegt in seiner zentralen Eigenschaft begründet: Die diskreten Körper werden als starr angenommen. Damit ist die Abbildung höherer Schwingungsmoden – beispielsweise des Waagenhebels – nicht oder nur schwer möglich. Im Gegensatz hierzu wird bei der Finite-Elemente-Methode (FEM) eine Approximation der oftmals nichtlinearen, partiellen Differentialgleichung zur Beschreibung eines Systems durch die Aufteilung des Gesamtsystems in N Bereiche endlicher (finiter) Abmessungen und mit bekannten Eigenschaften erzielt. Diese Bereiche werden als Elemente bezeichnet. Aus dieser Herangehensweise resultiert ebenfalls ein Gleichungssystem mit N algebraischen Gleichungen. Dieses Gleichungssystem ist verglichen mit dem Gleichungssystem eines Starrkörpermodells wesentlich größer und damit hardwareaufwändiger zu lösen, jedoch kann hiermit das Verhalten des Systems für den statischen sowie den dynamischen Bereich bis hin zu sehr hohen Frequenzen dargestellt werden.

2.3.1 Grundlagen der Finite-Elemente-Methode und Beschreibung von statischen Simulationen

Da in der folgenden Arbeit die Finite-Elemente-Methode im Wesentlichen zur Simulation des Verhaltens der Waagenmechanik herangezogen werden soll, erfolgt die Erläuterung der Methodik für mechanische Elemente. Hierbei wird die Verschiebedifferentialgleichung bzw. die Bewegungsdifferentialgleichung für mechanische Körper (Kontinua) diskretisiert. Allerdings kann die Methode der Finiten Elemente auf jedes beliebige andere physikalische System angewandt werden; für Temperatursimulationen wird beispielsweise die Fouriersche Differentialgleichung diskretisiert, zur Simulation von elektromagnetischen Feldern die Maxwellgleichungen.

Die Vorgehensweise zur Diskretisierung ist wie folgt: Es wird davon ausgegangen, dass sich die Differentialgleichung zur Beschreibung des Gesamtsystems als Summe von algebraischen Gleichungen, die das Verhalten von Teilsystemen angeben, darstellen lässt. Näherungsweise wird das Verhalten der Teilgebiete bzw. Elemente mittels einer Ansatzfunktion beschrieben. Diese kann beispielsweise folgende Form annehmen:

$$\varphi_{ei} = a \cdot N_e + b \quad (2.11)$$

Der Index e zeigt an, dass die Ansatzfunktion φ (und im Folgenden Verschiebungen etc.) in Elementkoordinaten und nicht in globalen Koordinaten bestimmt wird. Die Konstanten a und b in (2.11) sind frei definierbar (Ritz-Ansatz der Variationsrechnung, siehe [7], [43] und [59]) und ausschließlich mathematischer Natur. Um ihnen eine physikalische Bedeutung zuzuweisen, werden sie durch die Verschiebungen der Knoten des jeweiligen Elementes ersetzt. Als Knoten werden die Berührungspunkte zwischen den Elementen bezeichnet. Daraus ergibt sich die Beschreibung des Verhaltens eines Elementes als Produkt aus dem Knotenverschiebungsvektor und einer Elementtypischen Formfunktion N_e . Um nun das Gleichungssystem zur Beschreibung der gesamten Waagenmechanik zu erhalten, wird davon ausgegangen, dass sich diese energetisch betrachtet in einem Gleichgewichtszustand befindet. Jedes System im Gleichgewicht ist bestrebt, einen Zustand der minimalen potentiellen Energie – bestehend aus innerer und äußerer Energie – einzunehmen. Diese Eigenschaft macht sich auch das Prinzip der virtuellen Verschiebung zu Nutze: Bei kinematisch verträglicher Variation der Weggrößen ist die virtuelle innere Arbeit $\delta W_{(i)}$ gleich der virtuellen äußeren Arbeit $\delta W_{(a)}$:

$$\delta W_{(a)} = \delta W_{(i)} \quad (2.12)$$

Die virtuelle Arbeit ist als Variation der Energie Π definiert:

$$\delta W_{(i)} = \delta \Pi_{(i)} \quad \delta W_{(a)} = -\delta \Pi_{(a)} \quad \rightarrow \quad \delta \Pi_{(i)} + \delta \Pi_{(a)} = \delta \Pi = 0 \quad (2.13)$$

Die Variation der Energie ist über die Ableitung der Energie nach der Knotenpunktverschiebung \mathbf{u}_e mal der Variation der Knotenpunktverschiebung bestimmbar:

$$\delta \Pi = 0 = \sum_n \frac{\partial \Pi}{\partial \mathbf{u}_{en}} \underbrace{\delta \mathbf{u}_{en}}_{\neq 0} \quad (2.14)$$

Der Index n bezeichnet hier die Komponente (u, v, w) der Knotenverschiebung. Da kinematisch verträgliche Variationen des Weges $\delta \mathbf{u}_e$ vereinbart wurden, können diese nicht verschwinden. Daraus folgt, dass die Variation der Gesamtenergie zu null und damit die Gesamtenergie extremal (minimal) wird. Dieses Prinzip wird auf die Energie des zu untersuchenden Systems angewandt, um ein Gleichungssystem für Verschiebungen und Kräfte zu erhalten.

Die innere Energie $\Pi_{e(i)}$ eines Elementes berechnet sich aus dessen Formänderungsenergie. Die Formänderungsenergie eines Systems ist durch das Volumenintegral über die abgeleiteten Größen Spannung σ und Dehnung ε definiert.

$$\Pi_{e(i)} = \frac{1}{2} \int_V \boldsymbol{\varepsilon}_e^T \boldsymbol{\sigma}_e dV = \frac{1}{2} \int_V \mathbf{u}_e^T \mathbf{B}_e^T \mathbf{D}_e \mathbf{B}_e \mathbf{u}_e dV = \frac{1}{2} \mathbf{u}_e^T \underbrace{\int_V \mathbf{B}_e^T \mathbf{D}_e \mathbf{B}_e dV}_{\mathbf{K}_e^*} \mathbf{u}_e = \frac{1}{2} \mathbf{u}_e^T \mathbf{K}_e^* \mathbf{u}_e \quad (2.15)$$

Aus dem Volumenintegral der Wegableitung der Formfunktion \mathbf{B}_e und der Materialmatrix \mathbf{D}_e bestimmt sich die Steifigkeitsmatrix eines Elementes zu \mathbf{K}_e^* . Die innere Energie eines Elementes berechnet sich damit aus den Knotenverschiebungen und seiner Steifigkeit. Die gesamte innere Ener-

gie des Systems setzt sich aus der Summe der Elementenergien zusammen, die äußere Energie $\Pi_{k(a)}$ aus dem Vektor der Knotenlasten \mathbf{F}_e und den Knotenverschiebungen \mathbf{u}_e .

$$\Pi_{k(a)} = -\mathbf{u}_e^T \mathbf{F}_e \quad (2.16)$$

Die Gesamtenergie des Systems in Elementkoordinaten berechnet sich damit aus der Summe der inneren und der äußeren Elementenergien:

$$\Pi_e = \Pi_{e(i)} + \Pi_{k(a)} = \sum_{\text{Elemente}} \left(\frac{1}{2} \mathbf{u}_e^T \mathbf{K}_e^* \mathbf{u}_e \right) - \mathbf{u}_e^T \mathbf{F}_e \quad (2.17)$$

Die Forderung nach minimaler Energie aus Gleichung (2.14) gilt auch für die Gesamtenergie (2.18).

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \mathbf{u}} = 0 = \sum_{\text{Elemente}} \left(\mathbf{K}_e^* \right) \cdot \mathbf{u}_e - \mathbf{F}_e = \mathbf{K}_e \cdot \mathbf{u}_e - \mathbf{F}_e = 0 \quad (2.18)$$

Die Steifigkeit des Gesamtsystems \mathbf{K}_e setzt sich aus der Summe der Elementsteifigkeitsmatrizen \mathbf{K}_e^* zusammen. Um (2.18) von Elementkoordinaten in globale Koordinaten zu überführen, kommt eine Transformationsmatrix $\tilde{\mathbf{T}}$ zum Einsatz (siehe Gleichung (2.19)):

$$\mathbf{u}_e = \tilde{\mathbf{T}}^T \mathbf{U} \quad \mathbf{F}_e = \tilde{\mathbf{T}}^T \mathbf{F} \quad \mathbf{K}_e = \tilde{\mathbf{T}}^T \mathbf{K} \tilde{\mathbf{T}} \quad (2.19)$$

Damit ergibt sich die allgemeine Beschreibungsgleichung der Finite-Elemente-Methode für statische Probleme:

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{U} = \mathbf{F} \quad (2.20)$$

Folgende Kriterien müssen durch die Elemente erfüllt werden, um die Konvergenz der FE-Lösung gegen die exakte Lösung sicherzustellen:

- *Kompatibilität der Elemente.* Durch das Gleichsetzen der Knotenpunktverschiebungen eines Elementes mit denen der Nachbarelemente ist der Verschiebungsverlauf in den Knoten stetig. Die Ansatzfunktionen müssen zudem so gewählt werden, dass keine Klaffung zwischen den Elementen entsteht.
- Elemente müssen in der Lage sein *Starrkörperbewegungen* auszuführen, ohne dass in ihrem Inneren Spannungen entstehen.
- Für infinitesimal kleine Elemente muss der Spannungszustand konstant werden. Hierfür muss die Ansatzfunktion *konstante Spannungs- und Verzerrungszustände* abbilden können.

Zur Lösung des Gleichungssystems werden Randbedingungen in Form von Verschiebungen oder Kräften vorgegeben. Im Fall einer EMK-Waage sind das Lagerbedingungen sowie Kräfte auf den Hebel und die Waagschale. Auf Basis der Lösung auf globaler Ebene werden durch Rückrechnung auf die Elementebene Lagerreaktionen und Schnittkräfte bestimmt, Spannungen und Dehnungen, beispielsweise der Einkörpergelenke, werden als Ableitungen der Verschiebungen bestimmt.

2.3.2 Transiente Analysen mit der Finite-Elemente-Methode

Für dynamische Betrachtungen der Waagenmechanik müssen zusätzlich zur Gesamtsteifigkeit des Systems auch dessen Trägheits- und Dämpfungseigenschaften berücksichtigt werden. Um diese Eigenschaften mit in das Gleichungssystem (2.20) zu integrieren, wird in der Dynamik das Prinzip der minimalen potentiellen Energie durch das Hamiltonsche Prinzip ersetzt. Hierbei kommt zur inneren und äußeren Energie noch die kinetische Energie hinzu, und es gilt die Aussage, dass die Energie über ein gewisses Zeitintervall $[t_0 \ t_1]$ konstant bleibt. Mit Gleichung (2.14) kann eine Energiebilanz für den dynamischen, ungedämpften Fall aufgestellt werden:

$$\delta \int_{t_0}^{t_1} (\Pi_{e(i)} + \Pi_{k(a)} - \Pi_{e(k)}) dt = 0 \quad (2.21)$$

Um die kinetische Energie ableiten zu können, wird zunächst äquivalent zu Gleichung (2.11) eine zeitabhängige Ansatzfunktion $\bar{\boldsymbol{\varphi}}_e(x, y, z, t)$ eingeführt [43]. Hierbei wird eine zeitunabhängige Formfunktion \mathbf{N}_e mit zeitabhängigen Knotenpunktverschiebungen \mathbf{u}_e verknüpft:

$$\begin{aligned} \bar{\boldsymbol{\varphi}}_e(x, y, z, t) &= \mathbf{N}_e(x, y, z) \cdot \mathbf{u}_e(t) \\ \dot{\bar{\boldsymbol{\varphi}}}_e(x, y, z, t) &= \mathbf{N}_e(x, y, z) \cdot \dot{\mathbf{u}}_e(t) \\ \ddot{\bar{\boldsymbol{\varphi}}}_e(x, y, z, t) &= \mathbf{N}_e(x, y, z) \cdot \ddot{\mathbf{u}}_e(t) \end{aligned} \quad (2.22)$$

Aus Gleichung (2.22) und unter der Annahme, dass ein Element über eine konstante Dichte verfügt, berechnet sich seine kinetische Energie zu Gleichung (2.23) [78]. Hieraus lässt sich die Massenmatrix \mathbf{M}_e^* eines einzelnen Elementes als Volumenintegral über die Dichte sowie dessen Formfunktion ableiten.

$$\Pi_{e(k)} = \frac{1}{2} \int_V \rho \cdot \dot{\bar{\boldsymbol{\varphi}}}_e^T \dot{\bar{\boldsymbol{\varphi}}}_e dV = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{u}}_e^T \cdot \underbrace{\int_V \rho \cdot \mathbf{N}_e^T \mathbf{N}_e dV}_{\mathbf{M}_e^*} \cdot \dot{\mathbf{u}}_e = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{u}}_e^T \cdot \mathbf{M}_e^* \cdot \dot{\mathbf{u}}_e \quad (2.23)$$

Durch partielle Integration der Variation der kinetischen Energie nach der Zeit und Einsetzen in Gleichung (2.21) erhält man die Arbeit für das ungedämpfte System:

$$\int_{t_0}^{t_1} \delta \mathbf{u}_e^T (\mathbf{K}_e \mathbf{u}_e - \mathbf{F}_e + \mathbf{M}_e \ddot{\mathbf{u}}_e) dt \quad (2.24)$$

Um die Dämpfung in das Systemverhalten einzufügen, wird hier ebenfalls nach dem Prinzip der virtuellen Verschiebungen vorgegangen. Damit leisten die Dämpfungskräfte \mathbf{F}_D im Zeitintervall $[t_0 \ t_1]$ entlang einer virtuellen Verschiebung $\delta \mathbf{u}_e$ eine Arbeit, die im Gleichgewicht mit der Arbeit in (2.24) steht:

$$\begin{aligned}
\int_{t_0}^{t_1} \delta \mathbf{u}_e^T (\mathbf{K}_e \mathbf{u}_e - \mathbf{F}_e + \mathbf{M}_e \ddot{\mathbf{u}}_e) dt &= - \int_{t_0}^{t_1} \mathbf{F}_{De}^T \delta \mathbf{u}_e dt \\
\rightarrow \int_{t_0}^{t_1} \delta \mathbf{u}_e^T (\mathbf{K}_e \mathbf{u}_e - \mathbf{F}_e + \mathbf{M}_e \ddot{\mathbf{u}}_e + \mathbf{F}_{De}) dt &= 0
\end{aligned} \tag{2.25}$$

Zur Berücksichtigung der Dämpfung des Systems wird zunächst angenommen, dass sich alle global wirkenden Dämpfungseffekte als linear geschwindigkeitsproportional darstellen lassen und in den Knoten wirken (2.26):

$$\mathbf{F}_{De} = \mathbf{C}_e \cdot \dot{\mathbf{u}}_e \tag{2.26}$$

Die Gleichung (2.25) ist erfüllt, wenn der Klammerausdruck verschwindet, da $\delta \mathbf{u}_e$ nur eine beliebige virtuelle Verschiebung darstellt. Der Klammerausdruck ist damit die vollständige Bewegungsgleichung eines einzelnen Elementes. Durch die Transformation (2.27) kann die diskretisierte Bewegungsgleichung der Waagenmechanik (2.28) dargestellt werden.

$$\mathbf{K} = \sum_{Elemente} (\tilde{\mathbf{T}}^T \mathbf{K}_e \tilde{\mathbf{T}}) \quad \mathbf{M} = \sum_{Elemente} (\tilde{\mathbf{T}}^T \mathbf{M}_e \tilde{\mathbf{T}}) \quad \mathbf{C} = \sum_{Elemente} (\tilde{\mathbf{T}}^T \mathbf{C}_e \tilde{\mathbf{T}}) \tag{2.27}$$

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{F}(t) \tag{2.28}$$

Die Matrizen zur Beschreibung des dynamischen Verhaltens \mathbf{M} , \mathbf{C} und \mathbf{K} sind zeitunabhängig und unabhängig von der eingprägten Kraft [37], [43], [59], [78].

Die Bestimmung der Dämpfungsmatrix \mathbf{C} gestaltet sich häufig sehr komplex. Ein rein mathematischer Ansatz, mit dem jedoch das Verhalten der meisten Systeme sehr gut abgebildet werden kann, ist die Rayleigh-Dämpfung. Dieser Ansatz kommt auch für die untersuchte EMK-Waage zur Anwendung. Ausgangspunkt für diesen Ansatz ist die Annahme, dass die Dämpfung proportional zur Verteilung der Massen und der Steifigkeiten ist:

$$\mathbf{C}_R = \alpha \cdot \mathbf{M} + \beta \cdot \mathbf{K} \tag{2.29}$$

Die Proportionalitätsfaktoren α und β können aus dem Lehrschen Dämpfungsmaß für zwei verschiedene Frequenzen bestimmt werden [78]. Im Fall der EMK-Waage kann diese beispielsweise mit einem Shaker mechanisch angeregt werden. Die Bandbreite der auftretenden Resonanzen kann an der Waagschale oder dem Hebel mittels Beschleunigungssensoren ermittelt werden. Der erste Term von (2.29) kann physikalisch als die Dämpfung durch ein umgebendes Medium interpretiert werden und beeinflusst insbesondere die Schwingungen niedriger Frequenzen. Der steifigkeitsproportionale zweite Term hingegen kann als innere oder Werkstoffdämpfung interpretiert werden und beeinflusst insbesondere die Schwingungen hoher Frequenzen.

Für transiente Berechnungen erfolgt die Lösung des Gleichungssystems (2.28) per Zeitintegration. Hierzu gibt es verschiedene numerische Ansätze, die zu erläutern an dieser Stelle bei Weitem den Rahmen sprengen würde. Ein Abriss zu diesem Thema ist in [43] und [78] zu finden.

2.3.3 Bestimmung von Eigenformen und -frequenzen mittels Modalanalyse

Aus den Eigenformen und -frequenzen kann das dynamische Verhalten der Waagenmechanik in erster Näherung bereits sehr gut beschrieben werden. Diese können numerisch mit einem bestehenden FEM-Modell mittels Modalanalyse bestimmt werden. Hierzu wird nur die Bewegungsgleichung der freien Schwingung der Waage herangezogen; die Beschreibung des dynamischen Verhaltens aus Gleichung (2.28) reduziert sich damit wie folgt:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{0} \quad (2.30)$$

Ist die Dämpfung klein, kann die Dämpfungsmatrix \mathbf{C} zu null gesetzt und der Ansatz (2.31) zur Lösung der Differentialgleichung gewählt werden, wobei \mathbf{X} reell ist.

$$\mathbf{U}(t) = \mathbf{X} \cdot e^{j\omega t} \rightarrow \mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{0} \quad (2.31)$$

Damit erhält man aus der Determinanten der dynamischen Steifigkeitsmatrix $\bar{\mathbf{K}}$ aus Gleichung (2.32) die charakteristische Gleichung des Systems in Form eines Polynoms N -ter Ordnung [43], [78]. Die N Nullstellen dieser Gleichung (Eigenwerte) können als Quadrate der Eigenfrequenzen der diskretisierten Waagenmechanik gedeutet werden. Sind die Massenmatrix \mathbf{M} und die Steifigkeitsmatrix \mathbf{K} positiv und definit, sind auch die Eigenwerte λ positiv und damit die Eigenfrequenzen reell.

$$(-\omega^2 \cdot \mathbf{M} + \mathbf{K}) \cdot \mathbf{X} = \mathbf{0} \rightarrow \det(\mathbf{K} - \omega^2 \cdot \mathbf{M}) = \det(\bar{\mathbf{K}}) = 0 \quad (2.32)$$

Für jeden Eigenwert kann eine Beziehung der Art $(-\omega^2 \cdot \mathbf{M} + \mathbf{K}) \cdot \mathbf{X}_i = \mathbf{0}$ gefunden werden, woraus sich die Eigenformen \mathbf{X}_i ergeben. Die Eigenformen geben die Verformung der Waagenmechanik bei den jeweiligen Eigenfrequenzen an. Sie können (auf Grund einer fehlenden Eingangskraft) jedoch nur bis auf einen unbekannten Faktor γ bestimmt werden, so dass sie entweder auf ihr Maximum normiert werden oder auf die Massenmatrix. Absolutwerte der Amplitude können damit nicht aus der Modalanalyse abgelesen werden.

Ist die Dämpfung des Systems nicht vernachlässigbar, muss statt des Ansatzes (2.31) ein komplexer Ansatz zur Lösung des Problems gewählt werden. Die daraus resultierenden Eigenwerte und Eigenformen sind ebenfalls komplex. Im Imaginärteil der Eigenwerte sind die Eigenfrequenzen enthalten; der Realteil liefert die Dämpfungsinformationen der jeweiligen Eigenfrequenz. In den meisten Fällen liefert allerdings bereits die Betrachtung der ungedämpften Eigenfrequenzen die notwendigen Informationen über das Schwingungsverhalten eines Systems, so auch im Fall der untersuchten Waagenmechanik.

Die Eigenformen eines Systems haben die charakteristische Eigenschaft, orthogonal zueinander zu stehen. Diese Eigenschaft wird in Anhang 8A, S. 141 näher beleuchtet und für die modale Transformation in Abschnitt 2.3.4 genutzt.

2.3.4 Frequenzganganalyse mit modaler Superposition zur numerischen Bestimmung von Amplituden- und Phasenfrequenzgang

Um real auftretende Amplituden der Waagemechanik bei definierter Krafteinleitung zu ermitteln, kommt die Frequenzganganalyse zum Einsatz. Hier wird das Antwortverhalten der Waagenmechanik im eingeschwungenen Zustand auf periodische Erregungskräfte mit veränderlicher Frequenz untersucht. Hierfür wird die partikuläre Lösung von Gleichung (2.28) gesucht.

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_p(t) &= \hat{\mathbf{U}} \cdot e^{j\bar{\omega}t} \quad \text{mit} \quad \hat{\mathbf{U}} = \hat{\mathbf{U}}_{\text{Re}} + j \cdot \hat{\mathbf{U}}_{\text{Im}} \\ \mathbf{F}(t) &= \hat{\mathbf{F}} \cdot e^{j\bar{\omega}t} \quad \text{mit} \quad \hat{\mathbf{F}} = \hat{\mathbf{F}}_{\text{Re}} + j \cdot \hat{\mathbf{F}}_{\text{Im}} \end{aligned} \quad (2.33)$$

Wird der Ansatz (2.33) in die Bewegungsdifferentialgleichung (2.28) eingesetzt, kann die komplexe dynamische Steifigkeit $\hat{\mathbf{K}}(j\bar{\omega})$ gebildet werden, da die Matrizen \mathbf{M} , \mathbf{C} und \mathbf{K} konstant sind.

$$\underbrace{(-\bar{\omega}^2 \mathbf{M} + j\bar{\omega} \mathbf{C} + \mathbf{K})}_{\hat{\mathbf{K}}(j\bar{\omega})} \hat{\mathbf{U}} = \hat{\mathbf{F}} \quad (2.34)$$

Damit ergibt sich ein lineares Gleichungssystem für die unbekannten Verschiebungen $\hat{\mathbf{U}}$. Das Gleichungssystem (2.34) ist von der Form sehr ähnlich zu (2.20), allerdings sind zusätzlich zu den realen auch imaginäre Freiheitsgrade und Lasten enthalten. Die Lösung kann damit als Amplituden- und Phasenfrequenzgang interpretiert werden. Die Lösung des Gleichungssystems (2.34) ist sehr aufwändig, da $\hat{\mathbf{K}}(j\bar{\omega})$ für jede Frequenz neu berechnet und invertiert werden muss. Eine Alternative dazu bietet die Methode der modalen Superposition. Hierbei macht man sich die Orthogonalität der Eigenformen zu Nutze, die in Anhang 8A ausführlicher eingeführt werden: Durch die Diagonalisierung der Matrizen für Masse, Steifigkeit und Dämpfung mittels einer Kongruenztransformation – basierend auf den Eigenformen – kann das gesamte Gleichungssystem entkoppelt werden. Die Überführung des gekoppelten in ein entkoppeltes Gleichungssystem für die modale Superposition geschieht mittels eines Produktansatzes. Hierbei wird die Antwort des Systems \mathbf{U} auf eine Eingangserregung mittels Superposition der Eigenvektoren \mathbf{X}_R zur Modalmatrix Φ dargestellt, welche mit den modalen Antworten \mathbf{q}_R gewichtet werden:

$$\mathbf{U}(t) = \sum_R \mathbf{X}_R \cdot \mathbf{q}_R = \Phi \cdot \mathbf{q}(t) \quad (2.35)$$

Mathematisch korrekt wäre hier die Berücksichtigung aller N Eigenformen. Insbesondere aber die Eigenformen, welche zu sehr hohen Frequenzen gehören, können ohne große Fehler vernachlässigt werden. Mit dem Ansatz (2.35) wird die Bewegungsdifferentialgleichung (2.28) zu:

$$\mathbf{M} \cdot \Phi \cdot \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C} \cdot \Phi \cdot \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K} \cdot \Phi \cdot \mathbf{q} = \mathbf{F} \quad \left| \cdot \Phi^T \rightarrow \quad \boldsymbol{\mu} \cdot \ddot{\mathbf{q}} + \boldsymbol{\Lambda} \cdot \dot{\mathbf{q}} + \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{q} = \Phi^T \mathbf{F} \right. \quad (2.36)$$

Hierbei entsteht die generalisierte Dämpfungsmatrix aus $\boldsymbol{\Lambda} = \Phi^T \mathbf{C} \Phi$. $\boldsymbol{\mu}$ entspricht der diagonalisierten Massenmatrix, durch die Wichtung mit der Modalmatrix reduziert sie sich zur Einheitsmatrix. $\boldsymbol{\gamma}$ ist die diagonalisierte Steifigkeitsmatrix, sie enthält auf der Hauptdiagonalen die Quadrate der

Eigenfrequenzen. Die generalisierte Dämpfungsmatrix ist zumeist nicht diagonal, woraus eine Kopplung der einzelnen Gleichungen resultiert. Tritt in dem System jedoch keine diskrete Dämpfung (in Form von Dämpfungselementen) auf, kann man die Nebendiagonalelemente streichen, eine vollständige Entkopplung des Systems ist gewährleistet. Damit gilt für jede Eigenform die Gleichung des Einzelschwingers. Mittels modaler Superposition kann also die allgemeine Gleichung zur Bestimmung des transienten Verhaltens von Systemen ohne diskrete Dämpfung dramatisch gegenüber den allgemeinen Zeitintegrationsverfahren vereinfacht werden. Für die Frequenzganganalyse ist allerdings, wie bereits erläutert, nur die partikuläre Lösung von Gleichung (2.36) gesucht. Durch Aufspaltung von Gleichung (2.35) und Gleichung (2.36) in Real- und Imaginärteil und Verwendung von einem Ansatz $\mathbf{q}(t) = \hat{\mathbf{q}} \cdot e^{j\bar{\omega}t}$ für die modalen Antworten analog zu Gleichung (2.33) erhält man Gleichung (2.37), womit das vollständig entkoppelte Gleichungssystem zur Bestimmung der partikulären Lösung gegeben ist [78].

$$\begin{pmatrix} \gamma - \bar{\omega}^2 \boldsymbol{\mu} & -\bar{\omega} \boldsymbol{\Lambda} \\ \bar{\omega} \boldsymbol{\Lambda} & \gamma - \bar{\omega}^2 \boldsymbol{\mu} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{q}}_{re} \\ \hat{\mathbf{q}}_{im} \end{pmatrix} = \boldsymbol{\Phi}^T \cdot \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{F}}_{re} \\ \hat{\mathbf{F}}_{im} \end{pmatrix} \quad (2.37)$$

Der resultierende Real- und Imaginärteil kann in Amplituden- und Phasenfrequenzgänge der Waagenmechanik bei Kraftanregung an beliebigen Stellen, beispielsweise dem Hebel oder der Waagschale, umgerechnet werden.

2.4 Systemidentifikation: Experimentelle Ermittlung von Frequenzgängen

Das Ziel der Systemidentifikation ist es, ein mathematisches Modell zu finden, welches einen möglichst kleinen Fehler zu dem Verhalten des realen Prozesses bzw. Systems aufweist.

Aus der Prozessanalyse sind verschiedene Methoden der Systemidentifikation bekannt: Die Identifikation von „white-box“-Modellen und von „black-box“-Modellen. Für die so genannten „white-box“-Modelle wird auf Basis physikalischer Gesetze ein (unter Umständen vereinfachtes) theoretisches Modell des Systems erstellt. Diese Vorgehensweise setzt eine sehr genaue Kenntnis der physikalischen Gegebenheiten voraus. Die Güte des Modells schwankt mit dem Grad der Abstraktion, wobei ab einer gewissen Detailtiefe der Modellierungsaufwand nicht mehr proportional zur Verbesserung des Modells ist.

Für „black-box“-Modelle wird aus experimentell ermittelten Ein- und Ausgangsdaten des Systems ein mathematisches Modell geschätzt. Diese Modelle können nicht-parametrisch sein, sich also aus einer Punktwolke von Frequenzen und dazugehörigen Amplituden- und Phaseninformationen zusammensetzen, oder sie können parametrisch sein, das Verhalten des Systems also durch wenige signifikante Parameter ausdrücken. Verfügt man über Apriori-Informationen über die Form des Modells, kann daraus die Modellordnung eines parametrischen Modells vorhergesagt und den Parametern eine physikalische Bedeutung zugewiesen werden. Sind keine Informationen dieser Art vorhanden, muss die Modellordnung so lange iterativ angepasst werden, bis eine gute Übereinstimmung von Modell und Messung erreicht wird. Den so ermittelten Parametern kann dann keine physikalische Bedeutung mehr zugeordnet werden. „Black-box“-Modelle enthalten somit zumeist weniger Informationen über das System als „white-box“-Modelle.

Da das System EMK-Waage sehr komplex ist und allein der nicht zu stark abstrahierte mechanische Teil bereits zu einer nichtlinearen Differentialgleichung führt, die unter Berücksichtigung des elektromagnetischen Teils und der bestehenden Rückkopplungen nicht mehr geschlossen analytisch lösbar ist, soll die Übertragungsfunktion des Gesamtsystems hier nach der „black-box“-Methode geschätzt werden.

Die Übertragungsfunktion der untersuchten Waage wird in dieser Arbeit vor allem benötigt, um das spektrale Verhalten der ermittelten Modelle (FEM und Starrkörper) zu validieren bzw. deren Gültigkeitsgrenzen aufzuzeigen. Aus diesem Grund wird eine Schätzung der Übertragungsfunktion des Systems benötigt, welche über einen großen Frequenzbereich möglichst detailgenau das reale Verhalten abbildet. Bei parametrischen Modellen geht ein Teil dieser Informationen verloren, da durch die Definition der Modellordnung eine hohe Kompression der Daten vorliegt [45]. Um die maximale Detailtiefe zu erhalten, werden aus diesem Grund in den folgenden Kapiteln nicht-parametrische Übertragungsfunktionen geschätzt.

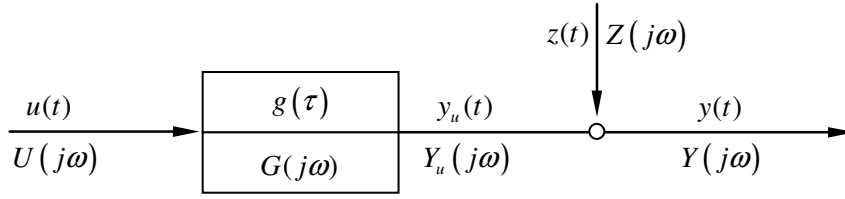


Abb. 2.5: Modell der Übertragungsfunktion bzw. Gewichtsfunktion des Systems im Frequenz- und Zeitbereich

Ausgangspunkt der Schätzung soll sein, dass das untersuchte System lineares und zeitinvariantes Verhalten aufweist, diese Annahme gilt in erster Näherung für EMK-Waagen. Die Abbildung des Übertragungsverhaltens (siehe Abb. 2.5) erfolgt durch Gleichung (2.38) für den Zeitbereich (oben) bzw. für den Frequenzbereich (unten) [81]:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g(\tau) \cdot u(t-\tau) d\tau + z(t) \quad (2.38)$$

$$Y(j\omega) = G(j\omega) \cdot U(j\omega) + Z(j\omega)$$

Hierbei wird von mehreren Prämissen ausgegangen: Die Störung $z(t)$ wirkt nur auf das Ausgangssignal $y(t)$ des Systems, sie ist ergodisch und damit stationär, d.h. sie kann durch zeitliche Mittelwertbildung eliminiert werden, ebenso durch die Mittelung über verschiedene Messungen, wenn das Eingangssignal $u(t)$ jeweils das gleiche war. Des Weiteren wird davon ausgegangen, dass $u(t)$ und $z(t)$ statistisch unabhängig und unkorreliert sind [32], [45], [81].

Im Zuge einer Messung werden die Systemsignale (wie Positionssignal oder Spulenstrom) durch einen A/D-Wandler in definierte, diskrete Werte gewandelt. Darüber hinaus wird eine zeitliche Diskretisierung in konstante Abtastschritte kT mit $k = 1, 2, \dots, n$ vorgenommen. Darauf basierend kann zunächst das ungestörte Ausgangssignal (beispielsweise das Lagesignal) als Funktion des Eingangssignals (z.B. des Spulenstroms) beschrieben werden:

$$y_u(kT) = f\{u(kT), u((k-1)T), \dots, u((k-n)T)\} \quad (2.39)$$

Unter der Annahme, dass der Zeitschritt T klein und die Anzahl n der Messwerte groß wird, kann Gleichung (2.38) in eine Taylorreihe entwickelt werden. Diese wird nach dem ersten Glied abgebrochen [81]. Damit erhält man eine zeitdiskrete Beschreibung des Übertragungsverhaltens der Waage:

$$y(kT) = \sum_{j=0}^{\infty} u((k-j)T) \cdot \underbrace{\int_{jT}^{(j+1)T} g(\tau) d\tau}_{g(jT) \cdot T} + z(kT) \quad (2.40)$$

Für Systeme mit Ausgleich ($g(\tau) \approx 0$ für $\tau > T_{\text{Übergang}}$ Übergangszeit des Systems) und der Wahl der Beobachtungszeit $T_B = (m+1) \cdot T \approx T_{\text{Übergang}}$ vereinfacht sich Gleichung (2.40) zu:

$$y(kT) = T \sum_{j=0}^m g(jT) u((k-j)T) + z(kT) \quad (2.41)$$

Die Schätzung der Stützstellen der Gewichtsfunktion² $g(jT)$ kann per Korrelationsanalyse erfolgen: [32], [33], [45], [81].

2.4.1 Korrelationsanalyse im Zeitbereich

Da in Kapitel 2.4 davon ausgegangen wurde, dass das Eingangssignal stationär sowie stochastisch und der Prozess, der durch die Gewichtsfunktion beschrieben wird, linear und zeitinvariant ist, muss auch das Ausgangssignal des Prozesses im eingeschwungenen Zustand stationär und stochastisch sein. Es ist deswegen möglich, für beide Signale die Auto- sowie die Kreuzkorrelationsfunktion zu schätzen. Die detaillierten Eigenschaften der Auto- und der Kreuzkorrelationsfunktion werden im Anhang 8B, S. 142 eingeführt. Für die oben genannten Voraussetzungen verknüpft die Gewichtsfunktion über eine Faltung die Auto- mit der Kreuzkorrelationsfunktion der beiden Signale [32], [33], [81].

$$R_{uy}(\tau) = \int_0^{\infty} g(t) R_{uu}(\tau - t) dt \quad (2.42)$$

Für diskrete Werte folgt aus Gleichung (2.41) analog zu Gleichung (2.42) die diskrete Beschreibung, wobei aus dem Faltungsintegral eine Summe wird. Kann zusätzlich von Systemen mit Ausgleich ausgegangen werden, für die $g(jT) = 0$ mit $j > m$ gilt, folgt:

$$R_{uy}(kT) = T \sum_{j=0}^m g(jT) R_{uu}((k-j)T) \quad (2.43)$$

Zusammenfassung der Gleichung (2.43) in vektorieller Schreibweise:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{uy} &= T \cdot \mathbf{R}_{uu} \cdot \mathbf{g} \\ \mathbf{R}_{uy}^T &= \begin{bmatrix} R_{uy}(0) & R_{uy}(T) & \dots & R_{uy}(mT) \end{bmatrix} \\ \mathbf{g}^T &= \begin{bmatrix} g(0) & g(T) & \dots & g(mT) \end{bmatrix} \\ \mathbf{R}_{uu} &= \begin{bmatrix} R_{uu}(0) & \dots & R_{uu}(mT) \\ \dots & \dots & \dots \\ R_{uu}(mT) & \dots & R_{uu}(0) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.44)$$

Sind die Zeitkonstante T sowie die Signale $u(t)$ und $y(t)$ bekannt, ist es möglich aus Gleichung (2.45) die Stützstellen der Gewichtsfunktion zu schätzen:

$$\hat{\mathbf{g}} = \frac{1}{T} \cdot \hat{\mathbf{R}}_{uu}^{-1} \cdot \hat{\mathbf{R}}_{uy} \quad (2.45)$$

² Die Gewichtsfunktion gibt die Verknüpfung zwischen Eingangs- und Ausgangssignal eines Systems im Zeitbereich an und ist damit Kenngröße des dynamischen Verhaltens.

Sind mehr Messwerte n vorhanden als Stützstellen m gesucht werden, können diese zur Verbesserung der Schätzung der Gewichtsfunktion herangezogen werden. In diesem Fall kommt die Methode der kleinsten Quadrate zum Einsatz [32], [33]:

$$\hat{\mathbf{g}} = \frac{1}{T} \left[\hat{\mathbf{R}}_{uu}^T \cdot \hat{\mathbf{R}}_{uu} \right]^{-1} \cdot \hat{\mathbf{R}}_{uu}^T \cdot \hat{\mathbf{R}}_{uy} \quad (2.46)$$

Eine Erläuterung zum Einfluss der Störung $z(t)$ auf die Schätzungsgüte der Gewichtsfunktion findet sich in Anhang 8C, S. 144.

2.4.2 Korrelationsanalyse im Frequenzbereich

Um die frequenzabhängige Amplituden- und Phasenantwort eines Systems ablesen zu können, bedarf es einer Übertragungsfunktion. Diese Übertragungsfunktion $G(j\omega)$ kann man per Fouriertransformation aus der Gewichtsfunktion $g(\tau)$ ermitteln.

$$G(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} g(\lambda) e^{-j\omega\lambda} d\lambda \quad (2.47)$$

Zu diesem Zweck müssen die ermittelten Auto- und Kreuzkorrelationsfunktionen ebenfalls fouriertransformiert werden. Das Ergebnis davon sind Auto- bzw. Kreuzleistungsdichtespektren, welche die mittlere Leistung eines stochastischen Signals im Frequenzabschnitt abbilden [81]:

$$S_{uy}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{uy}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (g(\lambda) R_{uu}(\tau - \lambda)) d\lambda \cdot e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (2.48)$$

Erweitert man Gleichung (2.48) mit $e^{-j\omega\lambda} \cdot e^{j\omega\lambda} = I$, erhält man die Beziehung zwischen den Leistungsdichtespektren der Ein- und Ausgangssignale und der Übertragungsfunktion des Systems:

$$S_{uy}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} g(\lambda) e^{-j\omega\lambda} d\lambda \cdot \int_{-\infty}^{\infty} R_{uu}(\tau - \lambda) e^{-j\omega(\tau - \lambda)} d\tau = G(j\omega) \cdot S_{uu}(\omega) \quad (2.49)$$

Bis jetzt wurde angenommen, dass benachbarte Werte $G(j\omega)$ asymptotisch unkorreliert sind. Die geschätzte Übertragungsfunktion ist damit einem starken Rauschen unterworfen. Unter der Annahme, dass das Systemverhalten für eine bestimmte Frequenz mit dem einer benachbarten Frequenz verknüpft ist, kann jedoch davon ausgegangen werden, dass es sich bei $G(j\omega)$ um eine glatte Funktion handelt. Hieraus folgt der Übergang von der Betrachtung eines Frequenzpunktes ω zu einem Intervall $2\pi k_1/n = \omega_0 - \Delta\omega < \omega < \omega_0 + \Delta\omega = 2\pi k_2/n$. Die Werte von $G(j\omega)$ innerhalb dieses Intervalls werden miteinander beispielsweise per Mittelwertbildung in ein Verhältnis gesetzt. Um eine Zentrierung des Schätzwertes um die Frequenz ω und eine Wichtung vorzunehmen, kommt zusätzlich noch eine Fensterfunktion $W_f(\xi)$ zum Einsatz. Es folgt damit die Schätzung von $\hat{G}(j\omega)$ mit dem Blackman-Tukey-Verfahren [45] zu Gleichung (2.50).

$$\hat{G}(j\omega) = \frac{\int_{-\pi}^{\pi} W_{\gamma}(\xi - \omega_0) S_{uy}(\xi) d\xi}{\int_{-\pi}^{\pi} W_{\gamma}(\xi - \omega_0) S_{uu}(\xi) d\xi} \quad (2.50)$$

Die Fensterfunktion $W_{\gamma}(\xi)$ wird auch als Frequenzfenster bezeichnet und verfügt über folgende Eigenschaften: Sie ist um die Frequenz ω zentriert und erfüllt Gleichung (2.51).

$$\int_{-\pi}^{\pi} W_{\gamma}(\xi) d\xi = 1 \quad (2.51)$$

Wird das Fenster breit gewählt, werden Frequenzen mit in die Mittelung einbezogen, die weit von der Mittenfrequenz ω entfernt liegen. Dadurch wird die Varianz der geschätzten Übertragungsfunktion minimiert. Allerdings kann daraus eine große Verschiebung des geschätzten Wertes resultieren. Die Fensterbreite kontrolliert damit den Kompromiss zwischen Varianz und Verschiebung der Schätzung.

Erfolgt der Übergang zu zeitdiskreten Werten und einer endlichen Beobachtungszeit und werden die gemessenen Werte außerhalb des Beobachtungsintervalls $1 \leq i \leq n$ periodisch mit $u(iT) = u((i-n)T)$ für $i > n$ fortgesetzt sowie die Fensterfunktion $W_{\gamma}(\xi)$ so gewählt, dass die Fourierkoeffizienten für $|\tau| > \delta_{\gamma}$ verschwinden, wobei $\delta_{\gamma} \ll n$ ist, wird aus Gleichung (2.50) folgende Berechnungsvorschrift zur Schätzung der Übertragungsfunktion der EMK-Waage für verschiedene Ein- und Ausgangssignale [45]:

$$\hat{G}_n(j\omega) = \frac{\sum_{\tau=-\delta_{\gamma}}^{\delta_{\gamma}} w_{\gamma}(\tau) R_{uy}(\tau) e^{-j\omega\tau}}{\sum_{\tau=-\delta_{\gamma}}^{\delta_{\gamma}} w_{\gamma}(\tau) R_{uu}(\tau) e^{-j\omega\tau}} \quad \text{mit} \quad w_{\gamma}(\tau) = \int_{-\pi}^{\pi} W_{\gamma}(\xi) e^{j\xi\tau} d\xi \quad (2.52)$$

2.4.3 Testsignalfolgen für die Korrelationsanalyse

Die Eingangssignale für eine Korrelationsanalyse müssen stationär sein (Forderung aus Kapitel 2.4.1). Wünschenswert ist zusätzlich zu dieser Forderung ein stochastischer Charakter. Mit dem gewählten Eingangssignal müssen alle Frequenzen des untersuchten Systems in dem interessanten bzw. relevanten Frequenzintervall angeregt werden. In diesem Fall spricht man von informativen Testsignalen [32], [33]. Ist der gesamte Frequenzbereich mit dem Testsignal abgedeckt, muss man noch die Amplitude des selbigen so wählen, dass nichtlineares Verhalten des Systems ausgeschlossen werden kann, jedoch das Signal-zu-Rausch-Verhältnis am Ausgang möglichst groß ist. Im Fall der Waagenmechanik sollte die Amplitude des Spulenstroms so gewählt werden, dass der Hebel etwa den halben Bewegungsbereich überstreicht. Als günstig für die Schätzung der Übertragungsfunktion per Korrelationsanalyse hat sich der Einsatz periodischer, binärer und diskreter Rausch-

signale mit einer Amplitude von $\pm a$ erwiesen, so genannter PRBS (Pseudo-Random-Binary-Signals). Die Periodizität ist an dieser Stelle notwendig, um Fenstereffekte zu unterdrücken, die durch die Fouriertransformation endlich langer Messsignale erzeugt werden [32]. Die Signale werden mittels eines n-stufigen rückgekoppelten Schieberegisters erzeugt (siehe Abb. 2.6). Die Stufen sind zum Startpunkt zufällig mit 1 oder 0 belegt, lediglich eine vollständige Belegung aller Stufen mit 0 ist unzulässig. Auf das Schieberegister wirken periodische Schiebeimpulse, welche den Inhalt der Stufen um jeweils ein Inkrement voran schieben. Die Antivalenzstufe verwandelt zwei identische Eingänge in einen neuen Wert 0, zwei verschiedene Eingänge in einen neuen Wert 1. Durch die geeignete Auswahl der Stufen, die über die Antivalenzstufe rückgekoppelt werden, können periodische Signale mit maximaler Länge $N = 2^n - 1$ erzeugt werden, diese werden als MLS (Maximum-Length-Sequence) bezeichnet. Ein solches Signal verfügt über $(N+1)/2$ Werte $+a$, sowie $(N-1)/2$ Werte $-a$. Daraus resultiert ein Mittelwert von $\overline{u(k)} = \frac{a}{N}$.

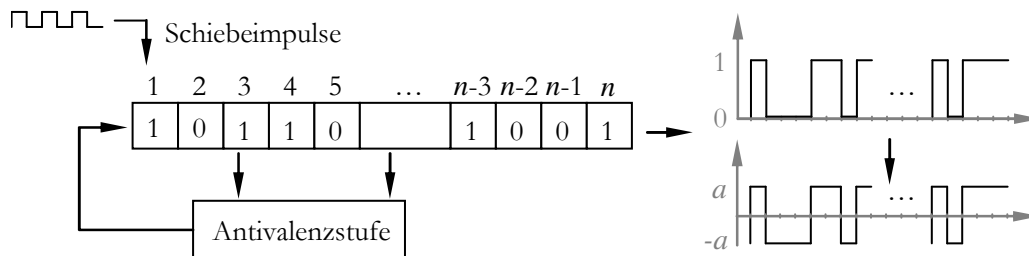


Abb. 2.6 Erzeugung eines PRBS [33]

Wird der Wert N sehr groß, ist das Signal praktisch mittelwertfrei. Ein PRB-Signal verfügt über eine Autokorrelationsfunktion, welche der eines diskreten weißen Rauschens sehr nahe kommt:

$$R_{uu}(\tau) = \begin{cases} a^2 & \text{für } \tau = 0, NT_0, 2NT_0, \dots \\ -\frac{a^2}{N} & \text{für } T_0(1 + vN) < |\tau| < T_0(N - 1 + vN) \text{ mit } v = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \end{cases}$$

Deren Offset für $\tau \neq 0, NT_0, 2NT_0$ kann für große Werte N vernachlässigt werden.

Für eine korrekte Schätzung müssen ganze Periodenlängen des Testsignals verwendet werden. Die maximale identifizierbare Frequenz ist durch die Nyquist-Frequenz definiert, die minimal identifizierbare Frequenz durch die Länge N des PRBS mit $f_{\min} = \frac{\Delta\omega}{2\pi} = \frac{1}{N \cdot T_0}$ [32].

Als alternative Testsignale kommen Sinussignale mit veränderlicher Frequenz (sog. Chirp- oder Sweep-Signale [32], [33], [45], [81]) infrage. Hierbei treten nicht wie bei einem PRBS alle Frequenzen zur gleichen Zeit auf, sondern folgen zeitlich aufeinander. Diese Signale sollen hier nicht weiter betrachtet werden, da sie für die Identifikation von mechanisch frei beweglichen Systemen wie der Mechanik der EMK-Waage in den Resonanzstellen zu sehr großen Ausschlägen und damit unter Umständen zur Schädigung bzw. zu nichtlinearem Verhalten führen können. Um einen gleichblei-

benden Ausschlag zu realisieren, müsste hier die Amplitude über den Frequenzbereich moduliert werden, was Apriori-Kenntnisse über den Amplitudenfrequenzgang des Systems verlangt.

Kapitelzusammenfassung

Die Funktionsweise einer EMK-Waage kann wie in Abschnitt 2.1 beschrieben zusammengefasst werden: Eine mechanische Auslenkung, bedingt durch eine Masseänderung auf der Waagschale, wird vollständig durch eine entgegengesetzt wirkende Lorentzkraft kompensiert, der Strom durch die Kompensationsspule ist das Maß für die zu bestimmende Masse. Bei Kenntnis der Einflussfaktoren ist hierfür eine Korrektur des verfälschten Messsignals möglich.

Zur Modellierung der Waagenmechanik kommen in dieser Arbeit zwei Herangehensweisen zum Einsatz: Die Abbildung mittels eines Starrkörpermodells sowie die Modellierung mittels Finite-Elemente-Methode.

In einem Starrkörpermodell erfolgt die Abbildung der Eigenschaften eines mechanischen Systems mittels kinematischer und dynamischer Grundgleichungen für starre Körper (siehe Abschnitt 2.2, S. 8 ff.). Die Beschreibung der Körper erfolgt hierbei durch ihren Schwerpunkt, ihre Masse und Massenträgheitsmomente sowie durch Punkte zur Kontaktierung untereinander. Durch Gelenke erfolgt die Implementierung von Zwangsbedingungen; mittels eingeleiteter Kräfte und Momente ist das Gleichungssystem vollständig bestimmt.

Im Gegensatz dazu erfolgt die Diskretisierung des mechanischen Systems bei der Finite-Elemente-Methode nicht in starre Körper, sondern durch die bereichsweise Annäherung des Systemverhaltens mittels Ansatzfunktionen. Die Beschreibung der Reduktion der Differentialgleichung auf ein System algebraischer Gleichungen findet sich in Abschnitt 2.3, S. 13 f.. Unter Berücksichtigung des Prinzips der virtuellen Verschiebung und der minimalen potentiellen Energie erfolgt die Überführung der Ansatzfunktionen in Elementsteifigkeiten (siehe Abschnitt 2.3.1, S. 13 f.) und deren Verknüpfung mit Kräften und Verschiebungen. Mittels einer Summendarstellung über alle Elemente kann das gesamte Systemverhalten abgebildet werden. Durch Erweiterung der eingeführten Gleichung (2.20) um Matrizen zur Darstellung der Dämpfung und Masse der Elemente (siehe Abschnitt 2.3.2, S. 16 ff.) wird die zeitabhängige Abbildung des Systemverhaltens möglich. Gute Rückschlüsse auf die Systemdynamik können jedoch bereits mittels der Modalanalyse aus der freien ungedämpften Schwingung des Systems gezogen werden (Abschnitt 2.3.3, S. 18 ff.). Der aus der Modalanalyse resultierende Ansatz zur Diagonalisierung der Systemmatrizen wird in Abschnitt 2.3.4, S. 19 ff. genutzt, um mittels modaler Superposition Amplituden- und Phasenfrequenzgänge des Systems zu ermitteln.

Um die numerisch ermittelten Frequenzgänge mit realen Messwerten vergleichen zu können, wurde in Abschnitt 2.4 die Methode zur experimentellen Ermittlung von Frequenzgängen eingeführt. Mittels Korrelationsanalyse im Zeitbereich folgt die Ermittlung der Stützstellen der Gewichtsfunk-

tion aus Auto- und Kreuzkorrelationsfunktion von Eingangs- und Ausgangssignalen (Abschnitt 2.4.1, S. 23 ff.). Durch Transformation in den Frequenzbereich erhält man dann die Übertragungsfunktion aus Auto- und Kreuzleistungsdichtespektren, gewichtet mit Fensterfunktionen (Abschnitt 2.4.2, S. 24 ff.). Für EMK-Waagen haben sich PRB-Signale als beste Testsignale herausgestellt: Diese verfügen nahezu über das Spektrum eines weißen Rauschens und können mittels Schieberegister erzeugt werden.

3 Stand der Technik

3.1 Stand der Technik bei EMK-Waagen

Die Modelle in dieser Arbeit wurden entwickelt, um insbesondere das dynamische Verhalten von niederlastigen EMK-Waagen zu untersuchen. Der Stand der Technik dieser Waagen bzw. Wägezellen soll in diesem Kapitel kurz beleuchtet werden.

Die Waage, welche zu Validierungszwecken in dieser Arbeit herangezogen wurde, ist eine OEM³-Wägezelle eines namhaften Waagenherstellers für den Einsatz in Pharmaverpackungsanlagen. Dieser Wägezellentyp ist monolithisch aufgebaut: Die Mechanik der Waagen wird dafür in einem aufwändigen Prozess aus dem Vollen gefräst bzw. per Drahterosion hergestellt. Typische Vertreter sind die WZA224ND der Firma Sartorius Weighing Technology GmbH [71], die WM 124 der Mettler Toledo Intl. Inc. [55] und die SW 200/600 FS der Wipotec Wiege- und Positioniersysteme GmbH [83]. Um den Spulenstrom gering halten zu können, sind die Waagen mit Hebelübersetzungen versehen. Große Vorlasten auf der Waagschale, beispielsweise durch Wägebänder, werden per Ausgleichsmassen am Hebelende ausgeglichen [79]. Dieser Ausgleich kann zu einem Bipolaren Regelkreis ausgeweitet werden wie in [69]: Hier ist die Waage für die halbe Maximallast mechanisch ausgeglichen; bei Maximallast fließt ein maximaler positiver Strom durch die Spule, bei Nulllast entsprechend ein betragsmäßig gleich großer negativer Strom. Der maximale Energieeintrag durch die Verlustleistung der Spule wird damit auf ein Viertel des Wertes für den einseitigen Regelkreis reduziert und gleichmäßiger über den Wägebereich aufgeteilt.

Der Lageindikator der Wägezellen wird nach dem Stand der Technik optisch realisiert [13], [25], [56] und [71]: Eine Lichtquelle (Sendediode, in der Regel im Infrarotbereich) beleuchtet eine Differenzphotodiode durch eine Schlitzblende, die am Hebel befestigt ist. Durch die verschiedene Abschattung bzw. Beleuchtung der beiden Empfängerdioden bei einer Bewegung des Hebels kann per Differenzbildung der Ausgangssignale ein positionsabhängiges Signal erzeugt werden. Damit werden Auflösungen bis zu einigen Nanometern erreicht [11].

Um den Hebel der Waage in der Nulllage zu halten, kommt ein analoger Regler zum Einsatz, im Allgemeinen in Form eines PID-Reglers [14], bzw. PIDT1-Reglers. Dieser ändert den Strom durch

³ OEM – Original Equipment Manufacturer. „Erstausrüster; Abnehmer von Hardwarekomponenten (Hardware), die ein anderer Hardwarehersteller (Zulieferer) gefertigt hat. Der OEM baut diese Hardwarekomponenten in seine Produkte ein und verkauft diese unter eigenem Namen“ [24]

die Spule so lange, bis der Hebel in die Nulllage zurückgekehrt ist – angezeigt dadurch, dass das Signal des Lageindikators verschwindet. Der fließende Strom wird über einem präzisen Referenzwiderstand gemessen und mittels (integrierender) Analog-Digital-Umsetzer digitalisiert [14], [57] und [66]. Der digitalisierte Wert wird korrigiert – wie beispielsweise in [22], [23] und [30] beschrieben – und zur Anzeige gebracht.

Ziel der beschriebenen OEM-Wägezellen ist es, bei möglichst geringen Einschwingzeiten eine möglichst hohe Auflösung zu erreichen. Die Daten, die hierbei den aktuellen Stand der Technik ausweisen, konnten ausschließlich Datenblättern entnommen werden. Die Angabe der Einschwingzeiten beziehen sich hierbei auf verschiedene erreichbare Auflösungen sowie unterschiedliche untereinander schwer vergleichbare Lastwechselszenarien. Aus diesem Grund sollen an dieser Stelle in einer wertungsfreien Auflistung (siehe Tabelle 1) für vergleichbare Wägezellen [55], [71] und [83] die Auflösungen bei einer bestimmten Einschwingzeit angegeben werden.

Tabelle 1: Auflösung zu Einschwingzeit bei niederlastigen dynamischen OEM-Wägezellen

Hersteller/ Bezeichnung	Wägebereich	Max. Auflösung	Einschwingzeit	Auflösung
Mettler-Toledo / WM124	121 g	0,1 mg	<0,4 s	1 mg
Sartorius / WZA224-ND	220 g	0,1 mg	250 ms	1 mg
			0,6 s	0,1 mg
Wipotec / SW 200/600 –FS	200 g	0,5 mg	<120 ms	1‰ vom Endwert

Ein Abriss über bereits vorhandene Arbeiten zum Thema Modellierung von EMK-Waagen findet sich im folgenden Abschnitt 3.2.

3.2 Arbeiten zum Thema Modellierung von EMK-Waagen

In der Vergangenheit wurden bereits mehrere Arbeiten zur Simulation bzw. Modellierung von elektromagnetisch kraftkompensierten Waagen durchgeführt. Um die vorliegende Arbeit von diesen Arbeiten abgrenzen zu können, sollen diese hier kurz genannt und beschrieben werden. Die vorhandenen Arbeiten können nach der Modellierung der Mechanik in drei Gruppen untergliedert werden: Analytische Modelle unterschiedlicher Ordnung sowie numerische Modelle, welche sich in Starrkörper- und FEM-Modelle aufteilen lassen. Des Weiteren existieren verschiedene Untersuchungen zur Weiterentwicklung und Verbesserung von Reglern für EMK-Waagen, auch diese sollen der Vollständigkeit halber genannt werden.

In der Gruppe der analytischen Modelle ist zunächst ein Beispiel von Scherf [72] zu nennen: Hier wird an einem sehr einfachen Beispiel demonstriert, wie prinzipiell die Simulation einer EMK-Waage sowohl für den offenen als auch den geschlossenen Kreis erfolgen kann. Allerdings ist das Modell so einfach gehalten, dass es lediglich als Einführung in die Thematik gelten kann. Ein ähnliches Modell, in dem zumindest die Hebelübersetzung und reale Massen in einem Ansatz zweiter Ordnung zusammengefasst werden, wird von Yamakawa in [85] und [86] entwickelt. Hier wird lediglich auf die Mechanik und den Regler eingegangen, die übrigen Eigenschaften der Waage werden nicht beleuchtet. Die Simulationsergebnisse zeigen qualitative Übereinstimmung mit Messergebnissen. Ebenfalls ein Modell zweiter Ordnung wird von Krause in [42] und ausführlicher in [41] dargestellt. In diesen Arbeiten wird ein Vergleich zwischen Ausschlags- und Kompensationsprinzip in der Wägetechnik angestellt. Der Autor zeigt auf, dass jegliche Waagenmechanik als rückgekoppeltes System darstellbar ist, welches vollständig die eingeleitete Kraft kompensiert. Durch Hinzufügen eines weiteren Reglers kann für EMK-Waagen ebenfalls der Wegausschlag kompensiert werden. Auch beleuchtet er den Einfluss des mechanischen Schwerpunktes auf die Stabilität und die Stabilisierbarkeit einer EMK-Waage durch Hinzufügen eines Reglers. Zuletzt muss noch die Arbeit von Beetz [5] genannt werden. Hier wird ein sehr detailliertes Modell einer EMK-Waage mit vielen verteilten Massen, Federn und Dämpfern erstellt, welches zu einem Polynom 10. Ordnung führt. Die Dämpfung wird in diesem Fall vollständig auf Luftdämpfung reduziert. Die Nichtlinearität des Wegaufnehmers wurde berücksichtigt, nicht jedoch die des B-Feldes. Der Vergleich zwischen Simulation und Messung zeigt qualitativ eine gute Übereinstimmung; Frequenzen höher als 100Hz werden jedoch nicht berücksichtigt oder abgebildet. Problematisch an dem vorgestellten Modell ist die Tatsache, dass Streckenparameter aus Sprungantworten des Systems bestimmt werden müssen. Ohne einen vorhandenen Prototypen kann das Modell somit nicht mit Parametern gefüllt werden.

Ein Modell für eine EMK-Waage – basierend auf einer Mehrkörpersimulation mit nachgiebigen Elementen – wird von Franz in [21] beschrieben. Auf Grund des nachgiebigen Verhaltens der

meisten Bauteile der untersuchten Waage werden diese elastisch modelliert. Hierzu werden aus FEM-Berechnungen für die einzelnen Körper deren Eigenformen unter Berücksichtigung der kinematischen Randbedingungen relativ zu den Nachbarkörpern bestimmt und mittels eines Ritzansatzes in das Modell eingepflegt. Das beschriebene Modell ist sehr komplex und auf Grund der separat durchzuführenden FEM-Berechnung wenig variabel – jede Änderung an den als elastisch definierten Körpern führt zu einer Neuberechnung des Ritzansatzes. Das Modell erreicht qualitative Übereinstimmung mit Messwerten, allerdings divergieren die simulierten Werte für Eigenfrequenzen sowie Amplituden von der Messung. Dieser Effekt wird auf die Streuung von Parametern zurückgeführt, welche in Form von Streubereichsfrequenzgängen berücksichtigt werden, siehe [21] und [20]. Die Beschreibung der dazugehörigen elektromechanischen Komponenten und des Reglers erfolgt in der Arbeit von Pfeiffer [63], [64]. Insbesondere das Verhalten des Lageindikators wird detailliert modelliert, ebenso die Nichtlinearitäten des Magnetsystems. Der Schwerpunkt der Arbeit liegt allerdings auf dem Entwurf eines digitalen integrierten Regler- und Filterkonzepts. Der vorgestellte H_∞ -Regler mit integriertem FIR-Filter (Finite Impulse Response) stellt eine Verbesserung gegenüber der Originalelektronik bezüglich der erreichbaren Einschwingzeit dar. Diese Verbesserung ist jedoch vor allem den Vorzügen digitaler Regelungen geschuldet.

Ein vollständiges FEM-Modell einer Waagenmechanik wird von Maas in [48] vorgestellt. Das vorgestellte Modell wird mit einer selbstgeschriebenen Software gelöst, wobei Balken-, Schalen- und Plattenelemente kombiniert werden. Um den Hardwareaufwand zu begrenzen, wird die Anzahl der Freiheitsgrade iterativ stark reduziert. In jedem Schritt werden die Simulationsergebnisse mit Messergebnissen aus experimentellen Modalanalysen der Einzelteile verglichen. Die Modelle der Teilsysteme werden zu einem FEM-Modell für die gesamte Waagenmechanik zusammengesetzt. Das präsentierte Modell beinhaltet damit zwar den Vorteil eines geringen Hardwarebedarfs, allerdings kann es erst zu einem Zeitpunkt erstellt werden, zu dem bereits ein Prototyp für Vergleichsmessungen herangezogen werden kann. Das Verhalten der nicht-mechanischen Bauteile Lageindikator, Spule und Permanentmagnet sowie einer spannungsgesteuerten Stromquelle und des Reglers wird in Zustandsform in das Modell implementiert. Die Abbildung der Nichtlinearität des Koppelfaktors B/I über den Bewegungsbereich des Hebels und den Strom zur Kompensation der Masseauflage erfolgt mittels eines Polynoms zweiter Ordnung. Die Nichtlinearität des Lageindikators kann mit den vorhandenen Messgeräten nicht genau erfasst werden, trotzdem wird ein Polynom dritter Ordnung zur Darstellung verwendet. Mit dem vorgestellten Modell wird eine qualitative Übereinstimmung mit Messergebnissen erreicht, jedoch keine quantitative. Wesentliches Ziel der Arbeit war es, die Ursache des so genannten Gleichrichteffektes aufzuzeigen: Hierbei wird – bedingt durch Nichtlinearitäten des Magnetsystems und des Lageindikators bei Einspeisung einer störenden Untergrundschwingung – eine Abweichung des Messwertes gegenüber dem Wert ohne Untergrundschrüttungen festgestellt. Quantitativ kann der Effekt für niedrige Frequenzen unter der Berücksichtigung nur eines der beiden Einflussfaktoren (Magnetsystem und Lageindikator) abgebildet werden, für höhere Frequenzen jedoch nicht.

Nachteilig an allen präsentierten Modellen ist, dass sie entweder erst zu einem Zeitpunkt erstellt werden können, zu dem bereits mechanische und elektrische Prototypen vorhanden sind, und dass sie sehr komplex und umständlich handhabbar sind und damit ebenfalls kein geeignetes Werkzeug zur Optimierung darstellen.

Veröffentlichungen zur digitalen Regelung von EMK-Waagen findet man außer bei den oben genannten [63], [64] in einigen anderen Quellen: Maier und Schmidt zeigen in [49] und [51] die Möglichkeit eines digitalen PID-Reglers. Hierbei gehen sie zunächst auf die Ansprüche an A/D- und D/A-Wandler ein. Sie fordern explizit für den D/A-Wandler eine sehr hohe Auflösung und Driftarmut, da in ihrem Vorschlag der Spulenstrom nicht mehr gemessen wird. Für den realisierten PID-Regler wird der integrale Anteil zur Schätzung des Messwertes verwendet, der proportionale und differenzierende Anteil wird erst nach dieser Stufe zu dem Ausgangssignal addiert und in einen Strom gewandelt. Auf diese Weise kann eine Filterstufe eingespart werden. Als Filterstufe schlagen die Autoren zwei gleitende Mittelwertbildner und einen Kalman-Filter vor, zwischen denen mittels eines Algorithmus abhängig vom aktuellen Zustand der Waage hin- und her geschaltet wird.

Becker und Siebert nutzen in [3] und [4] die Dauerschwingung des Hebels und eine Zeitmessung: Wird die Waage zu Dauerschwingungen angeregt, so ist das Signal des Lageindikators im ausgeglichenen Zustand die gleiche Zeitspanne ober- wie unterhalb einer festgelegten Nulllinie. Verlässt die Waage durch Änderung des Stroms bzw. durch Masseauflage den ausgeglichenen Zustand, ist das mittels einer Zeitmessung der positiven und negativen Halbwellen des Lagesignals feststellbar. Die Zeitdifferenz ist Eingangssignal für den Regler. Der Strom wird in Rampenform aufgebracht, wobei dieser zu jedem Vorzeichenwechsel des Lagesignals in Abhängigkeit der bestimmten Zeitdifferenz nachgestellt wird. Die Bestimmung des Massewertes erfolgt über die Zählung der positiven und negativen ausgegebenen Rampenflanken. Die zusätzliche Messung des Spulenstroms entfällt hier also.

Basierend auf dem Modell in [5] wird von Balachandran in [2] der Vorschlag für einen digitalen Regler mit integriertem Filterkonzept vorgestellt. Basierend auf der LQG-Methode (Linear Quadratic Gaussian) wird ein Beobachter in Form eines Kalman Filters und ein linearer Regelalgorithmus entworfen. Ein Vergleich zu einem optimierten PID-Regler wird leider nicht präsentiert.

4 Modellierung der Komponenten einer EMK-Waage

In diesem Kapitel soll der Aufbau der entwickelten und untersuchten Modelle erläutert werden. Zunächst werden die Funktionsweise und die Qualität der Simulationsergebnisse der vorgestellten Methode am Beispiel eines geregelten physikalischen Pendels überprüft. Hierzu werden die numerischen Ergebnisse eines Starrkörper- und eines FEM-Modells mit der analytischen Lösung für das geregelte Pendel verglichen. Im nächsten Abschnitt wird – basierend auf den daraus gewonnenen Erkenntnissen – der detaillierte Aufbau eines Starrkörpermodells sowie eines FEM-Modells für EMK-Waagen entwickelt und diskutiert.

Wie bereits in der Einführung erläutert, stellen Simulationen ein wichtiges Werkzeug für die Optimierung der Komponenten einer EMK-Waage dar. Eine Möglichkeit, die auch in der Industrie häufig Anwendung findet, ist die Simulation und Optimierung einzelner Bauteile. Ziel der hier vorgestellten Modelle ist es jedoch, das Gesamtsystem abzubilden und zu optimieren.

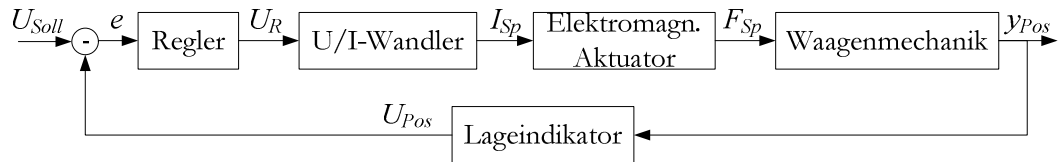


Abb. 4.1: Regelkreis einer EMK-Waage mit I_{Sp} – Spulenstrom, F_{Sp} – induzierte elektromagnetische Kraft, die auf den Waagenhebel wirkt, y_{Pos} – Lage des Hebels in y-Richtung, U_{Pos} – Spannung, die der Lageindikator ausgibt, U_{Soll} – Sollwert der Lagespannung, e – Regelabweichung und U_R – Spannung, die der Regler an den U/I-Wandler ausgibt

Viele Erkenntnisse lassen sich bereits aus statischen Analysen, Modal- und Spektralanalysen ziehen. Für eine detaillierte Untersuchung des zeitlichen Verhaltens aller Komponenten einer Waage und deren gegenseitiger Wechselwirkungen im Regelkreis (siehe Abb. 4.1) ist jedoch eine transiente Analyse notwendig. Für eine solche Analyse muss der Regler sowie das Verhalten des U/I-Wandlers, des elektromagnetischen Aktuators und des Lageindikators in das Starrkörper- bzw. FEM-Modell implementiert werden bzw. damit gekoppelt werden. Diese Vorgehensweise sowie die Erstellung der mechanischen Modelle soll in den folgenden Abschnitten näher erläutert werden.

4.1 Überprüfung des Konzepts zur Implementierung von Reglern in mechanische Modelle anhand des Beispiels eines physikalischen Pendels

Um die Vorgehensweise zur Verknüpfung zwischen Starrkörpermodell bzw. FEM-Modell und Regler zu untersuchen, wurde zunächst ein leicht überschaubares physikalisches Modell entworfen. Vorteilhaft an dieser Herangehensweise ist, dass die erhaltenen numerischen Ergebnisse leicht mit den analytischen vergleichbar sind. Numerische Einflüsse aller Art können zudem leicht kontrolliert und variiert werden. Die prinzipielle Vorgehensweise zur Integration von Reglern kann damit ohne die Komplexität des Modells einer EMK-Waage untersucht werden.

Da sich die Bewegungsgleichung einer EMK-Waage bei sehr starker Abstraktion auf ein rotatorisches System aus Feder, Masse und Dämpfer, verbunden mit einer Lageregelung reduzieren lässt [41], wurde zunächst die Bewegung eines unregelmäßigen und geregelten physikalischen Pendels analytisch untersucht und mit den Ergebnissen aus einer Starrkörpersimulation und einer FEM-Simulation für ein Pendel mit identischen Parametern verglichen.

4.1.1 Analytische Beschreibung des physikalischen Pendels

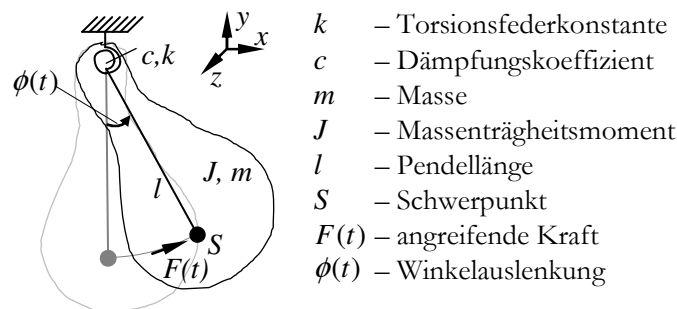


Abb. 4.2 Physikalisches Pendel

Das dynamische Verhalten des Pendels ist durch seine Bewegungsdifferentialgleichung beschreibbar (4.1):

$$J \cdot \ddot{\phi}(t) + c \cdot \dot{\phi}(t) + k \cdot \phi(t) = M(t) = F(t) \cdot l \quad (4.1)$$

Unter der Annahme, dass sich die Masse komplett im Schwerpunkt S befindet, reduziert sich das Massenträgheitsmoment J auf $m \cdot l^2$. Die Definition der Kraft $F(t)$ erfolgt so, dass sie nur in tangentialer Richtung wirkt. Damit kann das Moment $M(t)$ zu $M(t) = F(t) \cdot l$ vereinfacht werden, und die Bewegungsgleichung des physikalischen Pendels reduziert sich wie folgt:

$$m \cdot l \cdot \ddot{\phi}(t) + \frac{c}{l} \cdot \dot{\phi}(t) + \frac{k}{l} \cdot \phi(t) = F(t) \quad (4.2)$$

Über eine Transformation von Gleichung (4.2) in den Laplacebereich⁴ erhält man die Übertragungsfunktion $G_P(s)$ des Pendels mit der Kraft $\tilde{F}(s)$ als Eingangsgröße sowie dem Winkel $\Phi(s)$ als Ausgangsgröße:

$$G_P(s) = \frac{\Phi(s)}{\tilde{F}(s)} = \frac{1}{m \cdot l \cdot s^2 + \frac{c}{l} \cdot s + \frac{k}{l}} \quad (4.3)$$

Auf Basis dieser Übertragungsfunktion kann ein Regler entworfen werden.

Die folgenden Parameter wurden gewählt, um die drei Modelle (analytisch, Starrkörpermodell und FEM-Modell) aufzustellen:

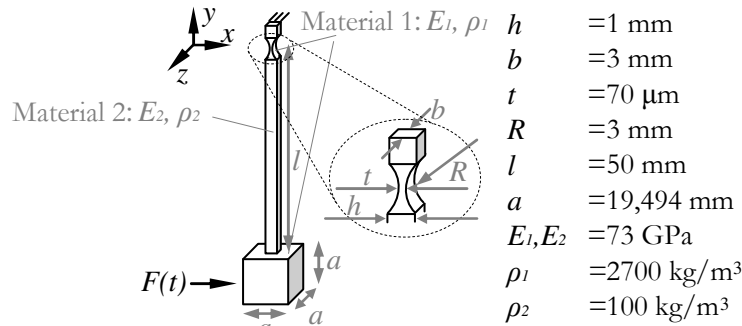


Abb. 4.3: Geometrische und physikalische Parameter

Aus den Parametern aus Abb. 4.3 kann man die Masse des Würfels zu 20 g berechnen; dessen Massenträgheitsmoment um den Schwerpunkt ergibt sich zu $J_0 = 1/6 \cdot m \cdot a^2 = 1,27 \cdot 10^{-6} \text{ kgm}^2$. Damit folgt das Massenträgheitsmoment des Gesamtpendels zu $J = J_0 + m \cdot (l + a/2)^2 = 72,66 \cdot 10^{-6} \text{ kgm}^2$. Die Federkonstante des Federgelenks errechnet aus [62] zu $k = 0,0117 \text{ Nm/rad}$. Die Dämpfungsrate D wurde willkürlich auf $D = 0,5$ festgelegt, was dem Schwingfall bei der ersten Eigenfrequenz ω_0 entspricht. Der Dämpfungskoeffizient ergibt sich damit aus Gleichung (4.4) zu $c = 1,134 \cdot 10^{-3} \text{ Nms/rad}$.

$$c = 2 \cdot D \cdot \omega_0 \cdot J = 2 \cdot D \cdot \sqrt{k \cdot J} \quad (4.4)$$

Um die Auslenkung des Pendels auf einen festen Wert zu regeln, wurde ein PIDT1-Regler entworfen, der bei $\sim 700 \text{ Hz}$ das System auf einen Phasenrand von $\sim 70^\circ$ einstellt. Der entstandene Regelkreis ist schnell und stabil. Die Übertragungsfunktion für einen PIDT1-Regler lautet

$$G_{PIDT1}(s) = k_P \left[1 + \frac{1}{s T_N} + \frac{s T_V}{1 + s T_{D1}} \right] \quad (4.5)$$

⁴ Die Transformation in den Laplacebereich stellt eine Erweiterung der Fouriertransformation dar und ist wie folgt für eine Funktion $f : [0, \infty[\rightarrow \mathbb{C}$ definiert: $F(s) = \mathcal{L}\{f\}(s) = \int_0^\infty f(t) e^{-st} dt$, wobei $s = \sigma + j\omega$

Hier ist $k_p = 933,33$ die Proportionalverstärkung, $T_N = 2,71040$ s die Integrationszeitkonstante, $T_V = 0,09259$ s die differenzierende Zeitkonstante und $T_{DI} = 5,2 \cdot 10^{-4}$ s eine verzögernde Zeitkonstante. Die Übertragungsfunktionen von Pendel, Regler und offenem Regelkreis sind in Abb. 4.4. dargestellt.

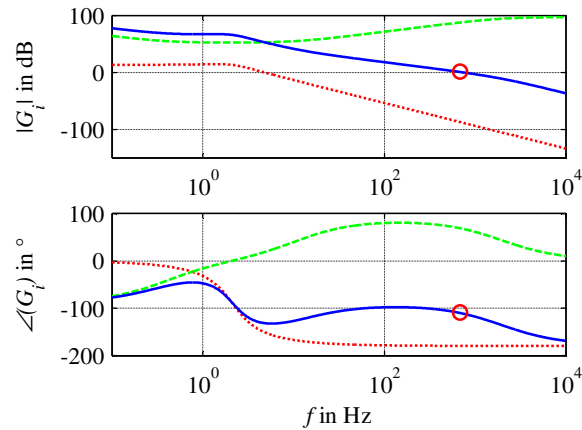


Abb. 4.4: Übertragungsfunktionen aus dem analytischen Modell für das Pendel (rot gepunktet), den PIDT1-Regler (grün gestrichelt) und den offenen Regelkreis (blau durchgezogen). Der Phasenrand (o) berechnet sich als der Abstand der aktuellen Phase zu -180° an der Stelle, an der die Amplitude des offenen Regelkreises die 0-dB-Linie schneidet

4.1.2 Starrkörpermodell zur Beschreibung des Pendels

Zur Erstellung des Starrkörpermodells kommt das Programmpaket SIMSCAPE™ als eine Toolbox von MATLAB® Version R2012a zum Einsatz.

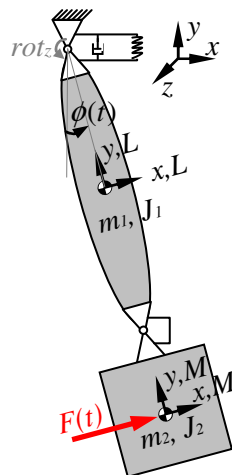


Abb. 4.5: Schematische Darstellung des Starrkörpermodells des Pendels

Zur Modellierung des Pendels mit Starrkörpern werden die in Kapitel 4.1.1 errechneten Parameter für Federkonstante und Dämpfung verwendet. Diese Parameter werden dem Federgelenk zugeordnet, das als eindimensionales Drehgelenk in der Mitte (also im Drehpunkt) des Einkörpergelenks

modelliert ist (siehe Abb. 4.5). Sowohl für den Stab als auch den Quader des Pendels erfolgt die Definition von Masse und Massenträgheitsmomente laut Abb. 4.3. Dem Stab erhält hierzu das Koordinatensystem mit dem Index L , der Quader das mit dem Index M .

Der Stab und der Quader sind über ein starres Gelenk miteinander verbunden. Die angreifende Kraft wird konform der Vereinbarung aus Kapitel 4.1.1 so definiert, dass sie zu jedem Zeitpunkt senkrecht zur Pendelachse steht und im Schwerpunkt des Quaders angreift. Dazu erfolgt die Definition der Krafttrichtung relativ zum Schwerpunktkoordinatensystem des Quaders und nicht in globalen Koordinaten. Den Winkel der Auslenkung $\phi(t)$ kann man über einen „Sensor“ direkt aus dem Drehgelenk auslesen. Die Differenz aus Sollwert und aktuellem Winkel $\phi(t)$ wird in den Regler eingespeist, dessen Ausgangssignal die Kraft auf den Quader ist. Die Implementierung des Reglers erfolgt, wie in (4.5) beschrieben, in Form einer kontinuierlichen Übertragungsfunktion in SIMULINK®. Bei der Lösung des resultierenden Systems von Differentialgleichungen kommt ein Runge-Kutta-Algorithmus mit Schrittweitenkontrolle (Matlab Solver ode45) [13], einem zulässigen Relativfehler von $1 \cdot 10^{-6}$ bezogen auf die Änderung der Zustandsvariablen des Systems sowie mit einem maximalen Zeitschritt von $1 \cdot 10^{-5}$ s zum Einsatz.

4.1.3 FEM-Modell zur Beschreibung des Pendels

Die Geometrie des FEM-Modells wurde modelliert wie in Abb. 4.6 dargestellt.

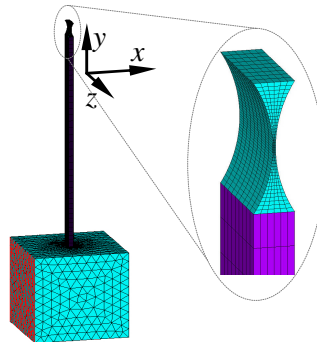


Abb. 4.6: Aufbau und Vernetzung des FEM-Modells des Pendels

Kräfte werden in FEM-Modellen als richtungstreu zu dem globalen Koordinatensystem angenommen; aus diesem Grund ist keine einfache Darstellung der Kraft in senkrechter Ausrichtung zur Pendelachse wie in Kapitel 4.1.2 möglich. Um dieses Problem zu umgehen, wird die Kraft in Form eines äquivalenten Druckes auf eine Quaderseite des Pendels aufgebracht. Drücke folgen in ANSYS per Definition der Verformung des Bauteils.

In transienten Simulationen spielt die Dämpfung und die Art ihrer Definition eine große Rolle. Für das Beispiel des Pendels wurde die Dämpfung so festgelegt, dass der Schwingfall vorliegt. Solche geringen Dämpfungswerte können ohne große Fehler als proportional zu Steifigkeit und Masse definiert werden (Rayleigh-Dämpfung) [78], siehe Kapitel 2.3.2, Gleichung (2.29). Ist die Dämpfung

im Wesentlichen auf die Reibung im Material zurückzuführen, kann sie auf einen Term reduziert werden, der ausschließlich proportional zur Steifigkeit k ist (4.6):

$$F_D \cdot l = \beta \cdot k_{rot} \cdot \dot{\phi} \quad \text{bzw.} \quad F_D = \beta \cdot k_{trans} \cdot \dot{x} \quad (4.6)$$

Die Steifigkeit wird in ANSYS für jedes Element berechnet wie in Kapitel 2.3.1, Gleichung (2.15) beschrieben. Der Dämpfungsparameter β kann über die Dämpfungsrate D und die ungedämpfte Eigenfrequenz $\omega_0 = 12,63 \text{ 1/s}$ mit (4.7) zu $\beta = 0,0792 \text{ s}$ bestimmt und ANSYS über das APDL-Kommando BETAD bereitgestellt werden.

$$\beta = \frac{2D}{\omega_0} \quad (4.7)$$

Um im nächsten Arbeitsschritt den Regler in das FEM-Modell zu implementieren, muss er diskretisiert werden, da das FEM-Modell ebenfalls nur zu diskreten Zeitpunkten definiert ist. Eingang des Reglers ist hierbei der Auslenkwinkel des Pendels, bestimmt aus der aktuellen Lage eines Knotens im Schwerpunkt des Quaders; Ausgang ist eine Kraft, in einen Druck umgerechnet welcher auf die Seitenfläche des Quaders wirkt. Um eine große Phasenverschiebung durch die Diskretisierung zu vermeiden, wird ein bilinearer Ansatz verwendet (Tustin-Ansatz) [17]:

$$z = e^{sT_s} = \frac{1 + s \cdot \frac{T_s}{2}}{1 - s \cdot \frac{T_s}{2}} \rightarrow s = \frac{2}{T_s} \cdot \frac{z-1}{z+1} \quad (4.8)$$

In (4.8) ist T_s die Samplingzeitkonstante. Um den Regler zu diskretisieren, setzt man Gleichung (4.8) in Gleichung (4.5) ein. Die resultierende Übertragungsfunktion ergibt sich zu

$$G_{PIDT1}(z) = k_p \left(1 + \frac{T_s \cdot (z+1)}{2 \cdot T_N (z-1)} + \frac{2 \cdot T_V \cdot (z-1)}{[T_s \cdot (z+1) + 2 \cdot T_{D1} \cdot (z-1)]} \right) \quad (4.9)$$

Durch Ausmultiplizieren und Sortieren der Terme folgt ein Polynom zweiter Ordnung:

$$G_{PIDT1}(z) = \frac{\tilde{F}(z)}{e(z)} = \frac{n_0 + n_1 \cdot z^{-1} + n_2 \cdot z^{-2}}{d_0 + d_1 \cdot z^{-1} + d_2 \cdot z^{-2}} \quad (4.10)$$

Die Eingangsvariable ist hierbei die zeitdiskrete Regelabweichung $e(z)$, die Ausgangsvariable die zeitdiskrete Kraft $\tilde{F}(z)$, welche sich aus den diskreten Zähler- und Nennerkoeffizienten n_i und d_i bestimmt. Durch die Diskretisierung geht die Übertragungsfunktion im Zeitbereich von einer Differentialgleichung in eine Differenzengleichung über (4.11), die leicht in ein zeitdiskretes System wie eine transiente Simulation implementierbar ist.

$$F(t) = n_0 \cdot e(t) + n_1 \cdot e(t - T_s) + n_2 \cdot e(t - 2T_s) - d_1 \cdot F(t - T_s) - d_2 \cdot F(t - 2T_s) \quad (4.11)$$

Wie in Gleichung (4.10) stehen die Parameter n_i und d_i für diskrete Zähler- und Nennerkoeffizienten. Die Werte, welche mit $(t - j \cdot T_s)$ gekennzeichnet sind, stammen aus j zurückliegenden Lastschritten ($T_s = 1 \cdot 10^{-5} \text{ s}$).

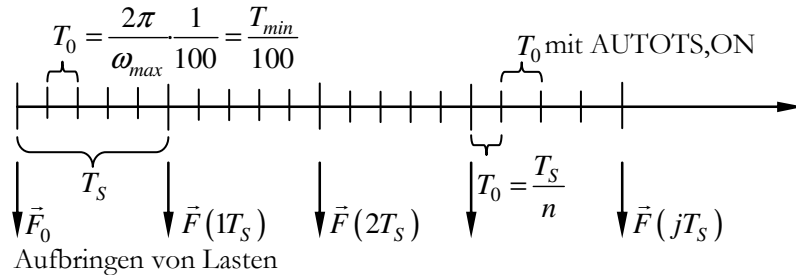


Abb. 4.7: Schematische Darstellung der Schrittweitensteuerung

Die Länge der Zeitschritte T_0 (Simulationsschritte zwischen zwei Simulationsabschnitten, in denen Lasten verändert werden, sog. Lastschritte T_s , siehe Abb. 4.7) hat bei transienten Simulationen einen großen Einfluss auf die Qualität der Ergebnisse. Eine Faustregel besagt, dass der minimale Zeitschritt so gewählt werden sollte, dass er rund einem Zwanzigstel der Zeitkonstante der größten abzubildenden mechanischen Eigenfrequenz entspricht [78]. Da sich die ungedämpfte Eigenfrequenz des Pendels zu $\omega_0 = 12,63 \text{ 1/s}$ berechnen lässt, würde eine Zeitschrittweite von $T_0 = 25 \text{ ms}$ ausreichen, um die Schwingung des Pendels abzubilden. Um möglichst glatte Simulationskurven zu erhalten, ist es jedoch ratsam, die Zeitschrittweite auf ein Prozent der kleinsten abzubildenden Zeitkonstante zu setzen, in diesem Fall also auf $T_0 = 5 \text{ ms}$. Für die Simulation des geschlossenen Regelkreises ist die kleinste Zeitkonstante T_{min} des Gesamtsystems – bestehend aus Mechanik und Regler – entscheidend für die Bestimmung der Zeitschrittweite. In dem Fall des hier vorgestellten physikalischen Pendels ist die kleinste Zeitkonstante des Reglers wesentlich kleiner als alle mechanischen Zeitkonstanten. Aus diesem Grund wird für die Simulation der Pendelbewegung die Länge der Zeitschritte so gewählt, dass sie der Länge der Lastschrittweite entspricht, welche durch die Samplingzeitkonstante T_s bestimmt wird. Um sehr kurze Zeitintervalle für die Lastschritte zu vermeiden, jedoch die Reglereigenschaften hinreichend gut abzubilden, wurde die Samplingzeitkonstante auf $T_s = 1 \cdot 10^{-5} \text{ s}$ festgesetzt. Es wird also pro Lastschritt nur ein Zeitschritt ausgeführt. Für den Fall, dass die mechanischen und die Reglerzeitkonstanten in der gleichen Größenordnung sind, muss die Länge der Zeitschritte entsprechend der oben genannten Bedingungen gewählt werden. Ein guter Startwert ist das Verhältnis $T_s/T_0 = n$, wobei n eine ganze Zahl ≥ 1 ist und die Faustregel aus [78] erfüllt wird. Für den Fall des Pendels gilt also $n = 1$. Um Simulationszeit und Ressourcen zu sparen, kann die AUTOTS-Option von ANSYS auf „on“ gesetzt werden, womit die automatische Anpassung der Zeitschrittweite aktiviert wird. Hierfür muss ein zulässiger Bereich für die Länge der Zeitschritte vorgegeben werden, ebenso ein Startwert, beispielsweise $T_0 = T_s/n$. Die Länge der Zeitschritte wird dann intern mittels eines Algorithmus bestimmt und angepasst, welcher die Frequenzantwort des Systems der letzten Zeitschritte, die Anzahl der Gleichgewichtssiterationen und weitere zusätzliche numerische Bedingungen auswertet.

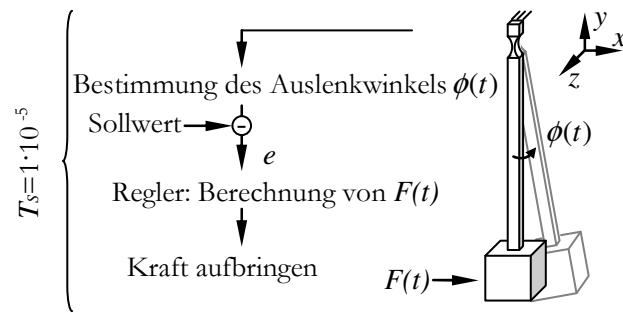


Abb. 4.8 Schematische Darstellung des Regelkreises für ein physikalisches Pendel

Für die Regelung des Pendelwinkels wird zu jedem Lastschritt, wie in Abb. 4.8 schematisch dargestellt, der aktuelle Auslenkwinkel aus der Verschiebung eines Knotens im Schwerpunkt des Pendels bestimmt. Die Differenz zwischen Soll- und aktuellem Istwert e ist Eingangsgröße für den Regler, um daraus die Kraft $F(t)$ wie in Gleichung (4.11) für den neuen Lastschritt zu bestimmen. Diese Kraft wird in einen Druck umgerechnet und, nachdem der Druck aus dem zurückliegenden Lastschritt gelöscht wurde, auf die Seitenfläche des Quaders aufgebracht. Die Sprungantwort des Systems auf diesen kleinen Lastsprung wird in einem Zeitschritt aufgezeichnet.

4.1.4 Vergleich der Modelle des physikalischen Pendels

Wie bereits zu Anfang dieses Kapitels erwähnt, wurde das Beispiel eines physikalischen Pendels gewählt, um die Methode zur Implementierung eines Reglers in ein Starrkörper- bzw. FEM-Modell zu demonstrieren. Der Vergleich der analytisch sowie numerisch gewonnen Ergebnisse dient der Validierung der vorgeschlagenen Methode bezüglich ihrer Anwendbarkeit.

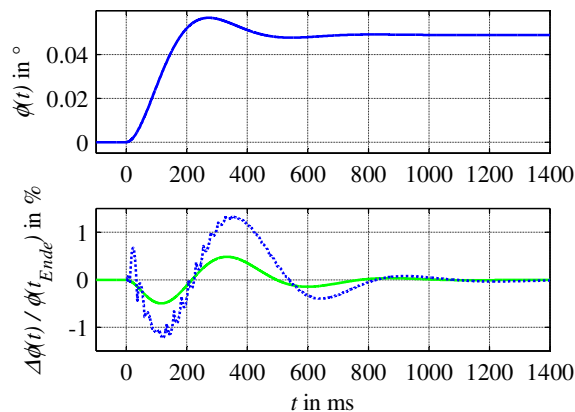


Abb. 4.9: Sprungantwort des unregulierten analytischen (blau durchgezogen) Modells auf eine sprungförmig eingeleitete Kraft, unten die relative Abweichung zwischen den Modellen (blau gepunktet – Starrkörpermodell zu analytischem Modell, grün durchgezogen – FEM zu analytischem Modell)

Zunächst erfolgt die Überprüfung der allgemeinen Übereinstimmung der numerischen und des analytischen Modells. Dazu wird eine sprungförmige Kraft $F(t)$ wie oben beschrieben in den Schwerpunkt des Pendels eingeleitet bzw. als Druck auf die Seitenfläche des Quaders aufgebracht und die Auslenkung in Form des Winkels beobachtet (siehe Abb. 4.9).

Die relative Abweichung (bezogen auf den stationären Wert des analytischen Modells) zwischen analytischem und Starrkörpermodell ist kleiner als 0,5 %. Für die Abweichung des FEM-Modells von dem analytischen Modell wird eine maximale Abweichung von 1,5 % erreicht. Diese Differenzen lassen sich darauf zurückführen, dass für die numerischen Modelle dem Stab des Pendels eine geringe Masse sowie eine endliche Steifigkeit (im Fall des FEM-Modells) zugewiesen wurde, bei dem analytischen Modell wurde von einem unendlich steifen, masselosen Stab sowie einer Punktmasse für die Pendelmasse ausgegangen.

Wird der Regler wie in den Kapiteln 4.1.2 und 4.1.3 beschrieben implementiert und der Sollwert wie in Abb. 4.10 links sprungförmig geändert, kann der Verlauf des Winkels aus Abb. 4.10 rechts abgelesen werden. Auch hier ist für alle drei Modelle nur eine sehr geringe Abweichung zueinander feststellbar ($< 1\%$ für das Starrkörpermodell und $< 0,5\%$ für das FEM-Modell).

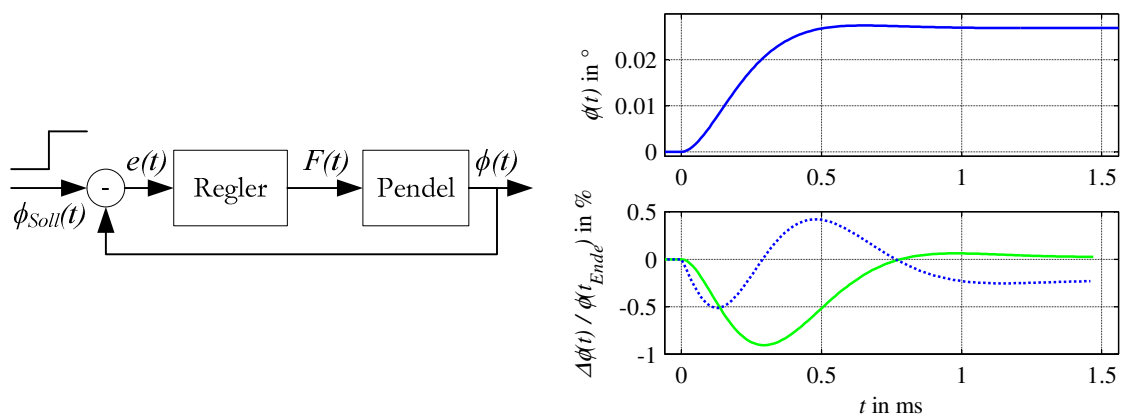


Abb. 4.10: Links: schematische Darstellung der Aufprägung eines Sollsprunges auf das geregelte Pendel. Rechts: Sprungantwort des geregelten analytischen Modells bei sprungförmiger Änderung des Sollwertes, unten die relative Abweichung zwischen den Modellen (blau gepunktet – FEM-Modell zu analytischem Modell, grün durchgezogen – Starrkörpermodell zu analytischem Modell)

Basierend auf diesem Vorversuch kann davon ausgegangen werden, dass die vorgestellte Methode zur Implementierung von Reglern in Starrkörper- bzw. FEM-Modellen zu sehr guten Übereinstimmungen mit einem Referenzsystem führen. Mit Bezug auf die hier gewonnenen Erkenntnisse wird die Methode der Implementierung von Reglern in Form von kontinuierlichen Übertragungsfunktionen bzw. Differenzengleichungen in den folgenden Kapiteln auf die Modellierung von EMK-Waagen übertragen.

4.2 Modellierung der Mechanik von EMK-Waagen

In diesem Kapitel soll die allgemeine Vorgehensweise zur Modellierung der Mechanik einer EMK-Waage mittels Starrkörper- bzw. FEM-Modellen vorgestellt werden, die exemplarisch für eine OEM-Wägezelle eines namhaften Waagenherstellers Anwendung findet.

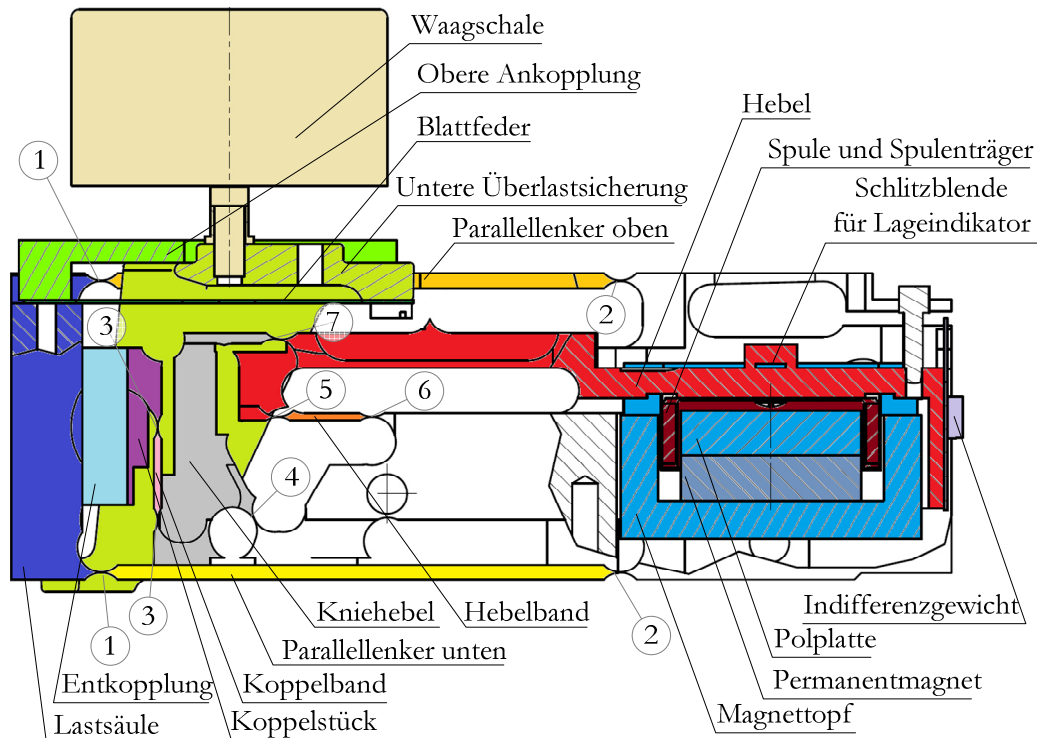


Abb. 4.11: (teil)geschnittene CAD-Zeichnung der untersuchten Wägezelle mit Nummerierung der Einkörpergelenke und Bezeichnung der Bauteile

4.2.1 Starrkörper-Modell der Waagenmechanik

Stand der Technik der untersuchten Waagen ist eine monolithische Ausführung der Mechanik mit Hebelübersetzung. Um diese Gegebenheiten mit einem Starrkörpermodell abbilden zu können, werden die Körper zunächst in den Drehpunkten der Einkörpergelenke voneinander getrennt. Die Einkörpergelenke werden dann in Abhängigkeit ihrer geometrischen Eigenschaften als Gelenke mit verschiedenen vielen Freiheitsgraden sowie zugeordneten Federkonstanten modelliert, wie bereits in Kapitel 2.2, S. 8 ff. prinzipiell eingeführt. Der schematische Aufbau eines Starrkörpermodells für eine EMK-Waage mit einfacher Hebelübersetzung ist in Abb. 4.12 dargestellt. Hier erfolgte zudem eine Trennung der Balken in der Mitte, um deren Elastizität abbilden zu können. Eine ausführliche Erläuterung hierzu findet sich in Abschnitt 4.2.1.2.

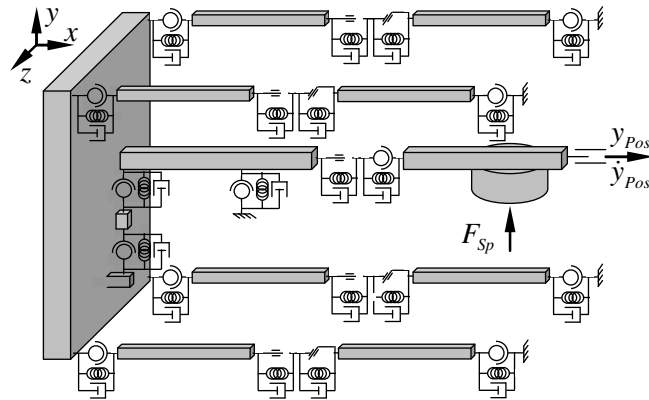


Abb. 4.12: Schematische Darstellung des Aufbaus eines Starrkörpermodells für EMK-Waagen

4.2.1.1 Modellierung der Federkonstanten der Einkörpergelenke

In den untersuchten Waagen kommen nur Einkörpergelenke mit kreisförmigen Einkerbungen vor. Diese weisen folgende Eigenschaften auf: Der zulässige Drehwinkel ist klein, da große Spannungen im minimalen Querschnitt des Drehgelenks auftreten [35]. Da die auftretenden Bewegungen sehr klein sind und zudem immer ausgegeregelt werden, stellt das im vorliegenden Fall keine Einschränkung dar. Im Vergleich zu anderen Querschnittsformen ist die Federkonstante in der gewünschten Bewegungsrichtung groß [44], jedoch gestaltet sich die Fertigung sehr einfach, ohne die Präzision der Gelenke zu beeinträchtigen: Der Drehpunkt liegt immer in der geringsten Querschnittsfläche und ändert auch unter Last seine Lage nicht [35], [44].

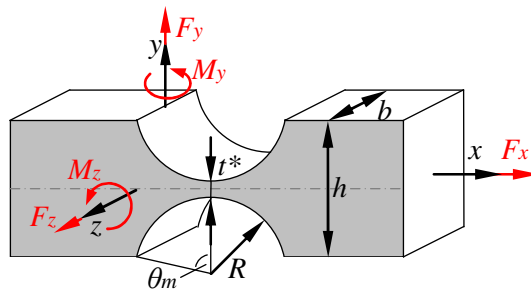


Abb. 4.13: Aufbau eines Einkörpergelenkes mit kreisförmiger Einkerbung

Eine analytische Beschreibung zur Berechnung der Federsteifigkeit bzw. Nachgiebigkeit von Einkörpergelenken mit kreisförmiger Einkerbung wird in [62] gegeben. Die dort vorgestellten Gleichungen zeigen insbesondere für sehr kleine Verhältnisse der Taillenweite bzw. Dicke des Einkörpergelenkes t^* zum Kerbradius R eine gute Übereinstimmung mit numerischen Berechnungen [87]. Für Einkörpergelenke mit größeren Querschnitten bietet sich eine numerische Berechnung an, wie z.B. in [73] und [77], wo die Ergebnisse in empirischen Formeln Zusammenfassung finden.

In [62] wird die Nachgiebigkeit (der Reziprokwert der Federkonstanten k) um die Hauptachse⁵ mit den einheitenlosen Kenngrößen β_G , γ_G , δ_G , ε_G und dem halben maximalen Öffnungswinkel θ_m (siehe Gleichung (4.12)) wie in Gleichung (4.13) angegeben:

$$\beta_G = \frac{t^*}{2R} \quad \gamma_G = \frac{h}{2R} \quad \delta_G = 2\beta_G + \beta_G^2 \quad \varepsilon_G = \sqrt{1 - (1 + \beta_G - \gamma_G)^2}$$

$$\theta_m = 2 \arctan \left(\frac{\gamma_G - \beta_G}{\sqrt{1 - (1 + \beta_G - \gamma_G)^2}} \right) \leq \frac{\pi}{2} \quad (4.12)$$

$$\frac{1}{k_z} = \frac{\alpha_z}{M_z} = \frac{3}{2bR^2} \cdot \left(\frac{1}{E\delta_G} \right) \cdot \left[\left(\frac{1 + \beta_G}{\gamma_G^2} + \frac{3 + \delta_G}{\gamma_G \delta_G} \right) \cdot \varepsilon_G + \left(\frac{6(1 + \beta_G)}{\delta_G^{3/2}} \right) \cdot \arctan \left(\sqrt{\frac{2 + \beta_G}{\beta_G}} \cdot \tan \left(\frac{\theta_m}{2} \right) \right) \right] \quad (4.13)$$

Bei Belastung des Einkörpergelenkes quer zur Hauptachse durch ein Moment M_y ergibt sich damit folgende Nachgiebigkeit:

$$\frac{1}{k_y} = \frac{\alpha_y}{M_y} = \frac{12}{Eb^3} \cdot \left[-\theta_m + \left(\frac{2(1 + \beta_G)}{\sqrt{\delta_G}} \right) \cdot \arctan \left(\sqrt{\frac{2 + \beta_G}{\beta_G}} \cdot \tan \left(\frac{\theta_m}{2} \right) \right) \right] \quad (4.14)$$

In Zugrichtung folgt für eine Kraft F_x schlussendlich die Nachgiebigkeit aus (4.15):

$$\frac{1}{k_x} = \frac{\Delta x}{F_x} = \frac{1}{Eb} \cdot \left[-\theta_m + \left(\frac{2(1 + \beta_G)}{\sqrt{\delta_G}} \right) \cdot \arctan \left(\sqrt{\frac{2 + \beta_G}{\beta_G}} \cdot \tan \left(\frac{\theta_m}{2} \right) \right) \right] \quad (4.15)$$

Für sehr dünne Federgelenke mit $t^* \ll R$ wird der Parameter $\beta_G \ll 1$. Ist zusätzlich die Höhe h groß gegenüber der Tailenweite t^* folgt $\gamma_G \gg \beta_G$. Diese Kriterien werden für die betrachtete Waage erfüllt (siehe Tabelle 2), da für alle Gelenke der Radius $R = 3$ mm beträgt. Aus den Gleichungen (4.13) bis (4.15) lässt sich ableiten, dass die Steifigkeit des Einkörpergelenkes quer zur Hauptrichtung wesentlich größer ist als in Hauptrichtung. Dies resultiert daraus, dass sowohl der erste als auch der zweite Term in der eckigen Klammer in (4.13) wesentlich größer ist als in (4.14) bzw. (4.15). In Tabelle 2 wird gezeigt, dass die Federkonstante k_y um einen Faktor $a \sim 800 \dots 40000$ größer ist als k_z .

⁵ Hauptachse: Achse, um die die Sollbewegung stattfindet. Die Federkonstante ist um diese Achse am geringsten, in Abb. 4.13 also um die z-Achse. Die Hauptrichtung kennzeichnet ebenso die Sollbewegungsrichtung, in Abb. 4.13 entspricht die y-Achse der Hauptrichtung.

Tabelle 2: Parameter der Einkörpergelenke der untersuchten Waage (für Nummerierung siehe Abb. 4.11)

Gelenk	t^*	b	h	β_G	γ_G	δ_G	ε_G	θ_m	k_z	k_y	k_x
Einheit	[μm]	[mm]		[1]	[1]	[1]	[1]	[rad]	[Nm/rad]		[kN/m]
1	80	15	2	0,013	0,333	0,027	0,733	0,823	0,081	1257,5	67068
2	80	13	2	0,013	0,333	0,027	0,733	0,823	0,070	818,6	58125
3	72	3	1	0,012	0,167	0,024	0,535	0,564	0,012	9,8	13045
4	70	3,04	1	0,012	0,167	0,024	0,534	0,564	0,013	10,3	13435
5	50	3	1	0,008	0,167	0,017	0,540	0,570	0,005	8,0	10660
6	50	15	1	0,008	0,167	0,017	0,540	0,570	0,025	999,3	53298
7	50	3,87	2,25	0,008	0,373	0,017	0,773	0,884	0,007	16,4	13151

Eine grobe Abschätzung einzeln auftretender Eigenfrequenzen kann mittels (4.16) erfolgen:

$$\omega_{yi} = \sqrt{\frac{k_y}{J_{yy}}} \quad (4.16)$$

Da das maximal auftretende Massenträgheitsmoment $J_{yy} = 6,468 \cdot 10^{-6} \text{ kgm}^2$ beträgt und die minimale Federkonstante $k_y = 8 \text{ Nm/rad}$, errechnet sich eine theoretische minimale Eigenfrequenz, bedingt durch die Steifigkeit der Einkörpergelenke in y von $\omega_{y \min} \sim 1100 \text{ Hz}$. Da diese Eigenfrequenz sehr groß gegenüber den zu erwarteten Eigenfrequenzen für die Hauptrichtung ist, kann dieser Freiheitsgrad für die hier untersuchte Waage vernachlässigt werden. Die Modellierung eines Einkörpergelenkes reduziert sich damit zunächst auf ein Gelenk, welches eine Translation sowie eine Rotation zulässt, denen jeweils eine Zug/Druck- bzw. Torsionsfeder mit den Federkonstanten k_x und k_z zugeordnet werden.

Im Zuge messtechnischer Untersuchungen der Waagenmechanik wurde festgestellt, dass die Waagen starken Parameterschwankungen unterliegen. Die Streuung der Kennlinien der Waagen lassen sich unter anderem auf die Streuung der Federkonstanten der Einkörpergelenke – bedingt durch Fertigungstoleranzen – zurückführen. Für die untersuchten Waagen lassen sich folgende Toleranzen der oben aufgeführten Parameter (siehe Abb. 4.13) aus Konstruktionsunterlagen ableiten:

Tabelle 3: Fertigungs- und Materialtoleranzen der Einkörpergelenke

Parameter	t^*	h	b	R	E
Toleranz	$\pm 10 \mu\text{m}$	$\pm 0,1 \text{ mm}$	$\pm 0,1 \text{ mm}$ $\pm 0,2 \text{ mm f. } b > 6 \text{ mm}$	$\pm 0,1 \text{ mm}$	$\pm 500 \text{ N/mm}^2$

Insbesondere für Einkörpergelenke mit geringen Taillenweiten t^* resultieren aus den Fertigungstoleranzen große Schwankungen der Federkonstanten. Für die untersuchte Waage ergibt sich (für Gelenk Nummer 5, siehe Abb. 4.11) eine maximale Abweichung der Federkonstanten k_z vom Nennwert, bedingt durch Fertigungs- und Materialtoleranzen von $\pm 31 \%$. Die Federkonstanten in

Zugrichtung und quer zur Hauptrichtung sind mit $\pm 12\%$ und $\pm 19\%$ immer noch stark abhängig von den Toleranzen, jedoch ist deren Einfluss geringer. Um den Einfluss der Toleranzen auf das Verhalten des Systems zu untersuchen, wurden drei Parametersätze für die Federkonstanten erstellt: ein Parametersatz mit den nominellen Federkonstanten wie in Tabelle 2 sowie je ein Parametersatz zuzüglich bzw. abzüglich der maximalen Abweichung der jeweiligen Federkonstante (Tabelle 4). Die Toleranzen der Federkonstanten quer zur Hauptrichtung werden hier nicht separat aufgelistet, da die dazugehörigen Freiheitsgrade in dem vorliegenden Modell nicht berücksichtigt wurden.

Tabelle 4: Toleranzen der Einkörpergelenke der untersuchten Waage

Gelenk	1	2	3	4	5	6	7
Δk_z [Nm/rad]	0,02842	0,02478	0,00482	0,00511	0,00279	0,01347	0,00356
Δk_x [kN/m]	7628,64	6730,72	2009,36	2037,51	1950,93	8688,70	2163,66

4.2.1.2 Modellierung der Verformung schlanker Waagenbauteile

In Starrkörpermodellen werden, wie der Name bereits suggeriert, alle Körper als unendlich starr angenommen. Diese Annahme trifft für Körper mit kompakten Abmaßen sehr gut zu, für lange schlanke Körper jedoch nicht. Viele der Bauteile der untersuchten Waagen sind schlank und zeigen unter Last eine deutliche Verformung. Um diesem Fakt zumindest für den statischen Fall Rechnung zu tragen, wurden FEM-Simulationen zur Steifigkeit der jeweiligen Bauteile durchgeführt. Diese Bauteile wurden in dem Starrkörpermodell geteilt und in der Verbindungsstelle mit zusätzlichen Gelenken versehen, denen diese Zugfederkonstante zugeordnet wurde.

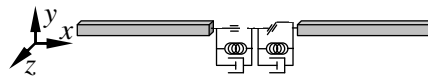


Abb. 4.14: Modellierung der Nachgiebigkeit schlanker Körper in Starrkörpermodellen mittels zusätzlicher Gelenke mit Federkonstanten

Im Fall der hier untersuchten Waage wurden Lenker, Koppelband, Hebelband und Hebel auf ihre Steifigkeit untersucht. Dabei erfolgte der Freischnitt und die einseitige Einspannung des Lenkers, des Koppel- und des Hebelbandes jeweils am Rand der Einkörpergelenkes. Zur Krafteinleitung wurden die Knoten in den Flächen selektiert, die das Ende des Einkörpergelenkes markieren. Für die Bestimmung der Zugfederkonstante erfolgte eine Kopplung aller Verschiebungsfreiheitsgrade dieser Knoten mittels des APDL-Befehls CP (siehe Abb. 4.15). Damit wird erreicht, dass die aus einer Kraft resultierende Verschiebung in dieser Ebene für alle Knoten identisch und unabhängig vom Kraftangriffspunkt und der Kraftverteilung ist. Wird die Biegesteifigkeit um die nachgiebige z-Achse durch die Einleitung einer Kraft F_y ermittelt, ist nur noch die Kopplung zweier Freiheitsgrade nötig, um eine realistische Verformung zuzulassen. Der Freiheitsgrad normal zu der freigeschnittenen Fläche wird unabhängig belassen, die beiden übrigen Verschiebungsfreiheitsgrade werden gekoppelt.

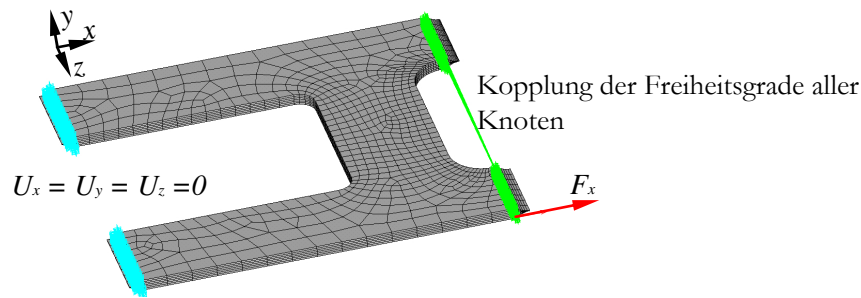


Abb. 4.15: Exemplarische Darstellung der Ermittlung der Zugfederkonstante am Beispiel des oberen Parallellenkens

Um die Biegung der oben genannten Bauteile (mittels einer Kraft F_z am Ende des Lenkers) um die y -Achse zu ermitteln, werden wieder alle Freiheitsgrade gekoppelt, da diese Bauteile jeweils doppelt und damit als Parallelfeder auftreten oder zumindest wie die Parallellenkler (siehe Abb. 4.15) in Richtung der einwirkenden Kraft an zwei Punkten gelagert sind. Diese Gegebenheit kann nur durch die Kopplung aller Freiheitsgrade abgebildet werden. Die daraus resultierende Parallelverschiebung der freigeschnittenen Flächen lässt sich am besten durch eine Zugfederkonstante modellieren.

Die Hauptbelastung des Hebels erfolgt in y -Richtung durch die elektromagnetische Kraft, welche durch die Spule ausgeübt wird (siehe Abb. 4.16). Zur Bestimmung der Federkonstanten wurde die Ankopplung an Kniehebel und Hebelband als Einspannung definiert. Da die erzeugte elektromagnetische Kraft auf das Spulenvolumen verteilt wirkt, muss die Kraft durch die Anzahl der Knoten im Spulenvolumen geteilt und auf diese aufgeteilt werden. Bei einer Gesamtkraft F_y von 1 N, was einer äquivalenten Masse auf der Waagschale von 1,268 kg entspricht, wird eine Maximaldeformation von $-82,6 \mu\text{m}$ erzeugt. Der simulierte Verformungsverlauf in Abb. 4.16 rechts zeigt, dass selbst bei dieser Kraft, die wesentlich größer als die real auftretenden Kräfte ist, nur ein sehr kleiner Neigungswinkel von $0,085^\circ$ erzeugt wird. Die Federkonstante in y -Richtung kann damit ohne großen Fehler als Zugfederkonstante modelliert werden.

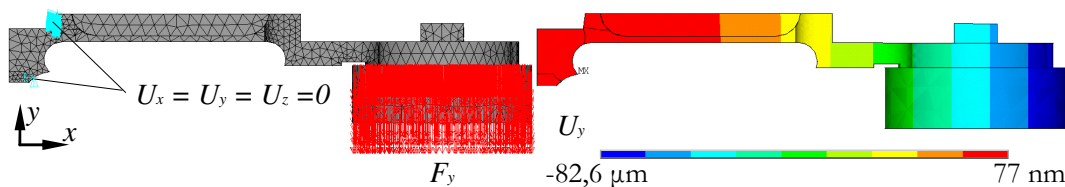


Abb. 4.16: Bestimmung der y -Federkonstante des Hebels mit den aufgebracht Randbedingungen (links) und der simulierten Verformung in y -Richtung bei einer Gesamtlast von 1N (rechts)

Um die Steifigkeiten in x - und in z -Richtung zu bestimmen und ein Verwinden des Hebels zu unterbinden, wurden die Innenknoten der Spule selektiert und mit einem virtuellen Knoten in der Spulenmitte gekoppelt. Auf diesen Knoten wurde entsprechend die Kraft in x - bzw. z -Richtung aufgebracht (siehe Abb. 4.17). Die resultierenden Federkonstanten wurden ebenfalls als Zugfederkonstanten implementiert.

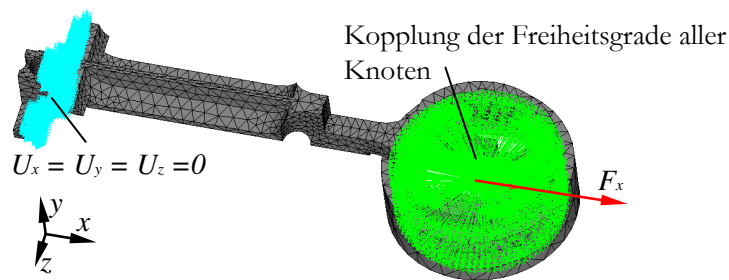


Abb. 4.17: Bestimmung der y-Federkonstante des Hebels

Zwischen der Lastsäule und dem Koppelstück befindet sich bei der untersuchten Waage eine Art Blattfeder, die der Entkopplung von Momenten auf den Hebel dient, die über die Waagschale in den Parallelenker eingeleitet werden (siehe Abb. 4.18).

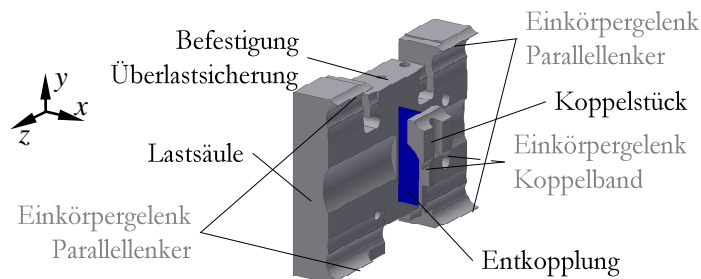


Abb. 4.18: Detailansicht für Lastsäule, Entkopplung (blau gekennzeichnet) und Koppelstück mit den Einkörpergelenken, die die Anbindung an Parallelenker und Koppelband herstellen

Diese soll als Entkopplung bezeichnet werden. Die Federkonstanten in x- und in z-Richtung werden hier über eine Zug- und eine Biegefeder abgebildet. In y-Richtung wird die Feder über ein Biegemoment verformt. Durch die große Höhe relativ zu Länge und Breite kann die Verformung aber auch hier ohne große Fehler als Zugfederkonstante abgebildet werden. Eine Kopplung der Freiheitsgrade wird an dieser Stelle nicht vorgenommen.

Um eine Zerstörung der Waage im Falle einer Überlast zu verhindern, ist die Waagschale über eine Überlastsicherung an die eigentliche Wägezelle angekoppelt (siehe Abb. 4.19). Hierfür wird zwischen der oberen Ankopplung und dem unteren Teil der Überlastsicherung eine Blattfeder vorgespannt. Die Waagschale ist auf dem unteren Teil der Überlastsicherung befestigt. Überschreitet die Masse auf der Waagschale ein Gewicht von 3,7 kg, welches die Wägezelle zerstören würde, wird die Vorspannung der Feder überschritten. Die Überlastsicherung stützt sich auf der Unterlage ab und erzeugt somit einen Kraftnebenschluss. Die Federkonstante der Blattfeder bestimmt sich aus FEM-Berechnungen zu 2606 N/m. Der Kraftschluss zwischen Ankopplung und unterem Teil der Überlastsicherung wird unter der Bedingung, dass die zulässige Maximallast von 220 g nicht überschritten wird, auch für den dynamischen Fall nie gelöst. Aus diesem Grund wurde an dieser Stelle eine starre Verbindung zwischen Überlastsicherung und Ankopplung modelliert.

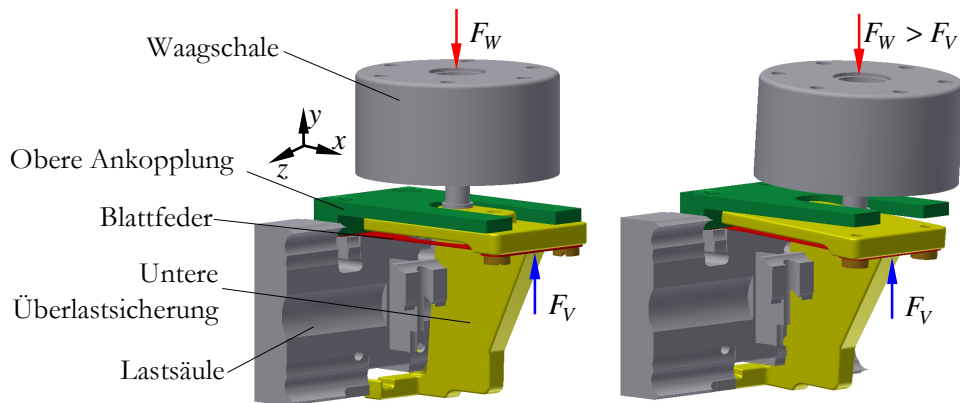


Abb. 4.19: Darstellung der Überlastsicherung für den Normalfall (links) und den Fall, dass die Kraft auf die Waagschale die Kraft durch die Federvorspannung überschreitet (rechts)

Die mit FEM-Analysen ermittelten Federkonstanten für alle schlanken Bauteile sind in Tabelle 5 zusammengefasst.

Tabelle 5: Federkonstanten der schlanken Bauteile

Bauteil	Federkonstante		
	x-Richtung	y-Richtung	z-Richtung
Lenker oben	$66,667 \cdot 10^6 \text{ N/m}$ (Zug)	$63,812 \text{ Nm/rad}$ (Biegung)	$56,819 \cdot 10^6 \text{ N/m}$ (Biegung als Zug dargestellt)
Lenker unten	$68,027 \cdot 10^6 \text{ N/m}$ (Zug)	$64,802 \text{ Nm/rad}$ (Biegung)	$7,246 \cdot 10^6 \text{ N/m}$ (Biegung als Zug dargestellt)
Koppelband	$5,729 \text{ Nm/rad}$ (Biegung)	$22,636 \cdot 10^6 \text{ N/m}$ (Zug)	$1,824 \cdot 10^6 \text{ N/m}$ (Biegung als Zug dargestellt)
Hebelband	$54,523 \cdot 10^6 \text{ N/m}$ (Zug)	$10,799 \text{ Nm/rad}$ (Biegung)	$11,274 \cdot 10^6 \text{ N/m}$ (Biegung als Zug dargestellt)
Entkopplung	$14,286 \cdot 10^6 \text{ N/m}$ (Zug)	$12,953 \cdot 10^6 \text{ N/m}$ (Biegung als Zug dargestellt)	$4,647 \text{ Nm/rad}$ (Biegung)
Hebel	$7,576 \cdot 10^6 \text{ N/m}$ (Zug)	$1,636 \cdot 10^4 \text{ N/m}$ (Biegung als Zug dargestellt)	$0,102 \cdot 10^6 \text{ N/m}$ (Biegung als Zug dargestellt)

4.2.1.3 Ermittlung von Massen, Schwerpunkten und Massenträgheitsmomenten für Starrkörpermodelle

Für die dynamische Simulation mechanischer Systeme mit Mehrkörperdynamikmodellen ist aus Kapitel 2.2, Gleichung (2.10) bekannt, dass nicht nur die Massen der bewegten Körper, sondern auch deren Schwerpunkt sowie Massenträgheitsmomente um selbigen benötigt werden. Für einfache Geometrien kann die Masse sehr einfach über Volumen und Dichte bestimmt werden, für komplexe Körper hingegen gestaltet sich die exakte Bestimmung des Volumens schwieriger. Damit wird auch die Bestimmung des Volumenschwerpunktes aus Volumenintegralen mühsam.

Insbesondere die Bestimmung von Massenträgheits- und Deviationsmomenten komplexer Körper, wie sie in der untersuchten Waage anzutreffen sind, gestaltet sich von Hand über den Satz von Steiner recht mühselig. Als hilfreich hat sich an dieser Stelle die numerische Integration erwiesen: Da die Konstruktionsdaten der Waage in dreidimensionaler Form vorliegen, können zur Bestimmung von Masse, Schwerpunkt und Massenträgheitsmatrix die in vielen Konstruktionsprogrammen implementierten Algorithmen genutzt werden. Hierfür ist die korrekte Zuweisung der Dichten zu den Bauelementen notwendig. Im Falle einer monolithischen Wägezelle muss der Gesamtkörper in den Einkörpergelenken aufgetrennt werden, um so eine Gruppe einzelner Bauteile zu erstellen. Bei Berücksichtigung der Federkonstanten schlanker Körper – wie im vorherigen Kapitel erläutert – ist eine Aufteilung der Körper im Konstruktionsprogramm ebenfalls vonnöten. Sinnvollerweise positioniert man den Koordinatenursprung der entstandenen Baugruppe aus Teilkörpern so, dass er mit dem Koordinatenursprung und der Ausrichtung der Simulation zusammenfällt, beispielsweise in der Schlitzblende des Lageindikators in der Nulllage. Für diesen Fall können den Konstruktionsdaten ebenfalls Absolutwerte für die Kontaktpunkte der Körper entnommen werden. Die so ermittelten Parameter für die untersuchte Waage finden sich in Anhang 8D, S. 145 ff..

4.2.2 FEM-Modell der Waagenmechanik

Für das FEM-Modell der untersuchten Waage wurden im Gegensatz zu dem Starrkörpermodell nicht nur die bewegten Teile abgebildet, sondern ebenfalls die unbeweglichen Teile sowie die Grundplatte der Wägezelle. Aufgrund dieses zusätzlichen Modellierungsaufwands ist es möglich, den Einfluss der Aufstellbedingung auf die Stabilität der Wägezelle zu untersuchen sowie die Reaktion der Mechanik auf Untergrundschwingungen. Die Steifigkeit des Untergrundes bzw. die Aufstell- und Montagebedingungen der Waage werden in Form von Feder-Dämpfer-Elementen (COMBIN14) abgebildet, denen für jede Koordinate ein diskreter Wert zuordenbar ist. Je drei dieser Elemente (eines für jede Raumrichtung) sind zwischen den Gestellfüßen und virtuellen, raumfesten Punkten befestigt. Mit dieser Vorgehensweise ist die Abbildung beliebiger Aufstellbedingungen möglich.

4.2.2.1 Vernetzung der mechanischen Komponenten der Waage

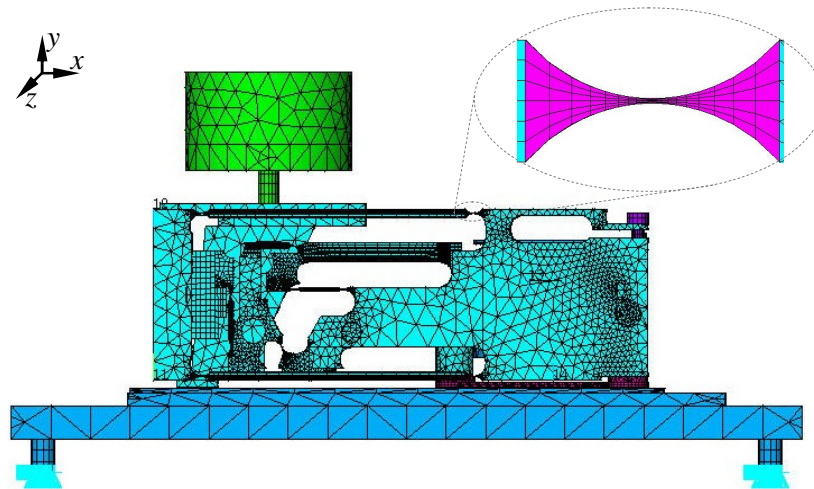


Abb. 4.20: Abbildung des FE-Netzes der modellierten Wägezelle

Die Spannung im Einkörpergelenk ist räumlich sehr stark konzentriert (siehe Abb. 4.21 links). Die daraus resultierenden Spannungsgradienten sind insbesondere in y -Richtung im Bereich der Taille sehr groß (siehe Abb. 4.21 rechts).

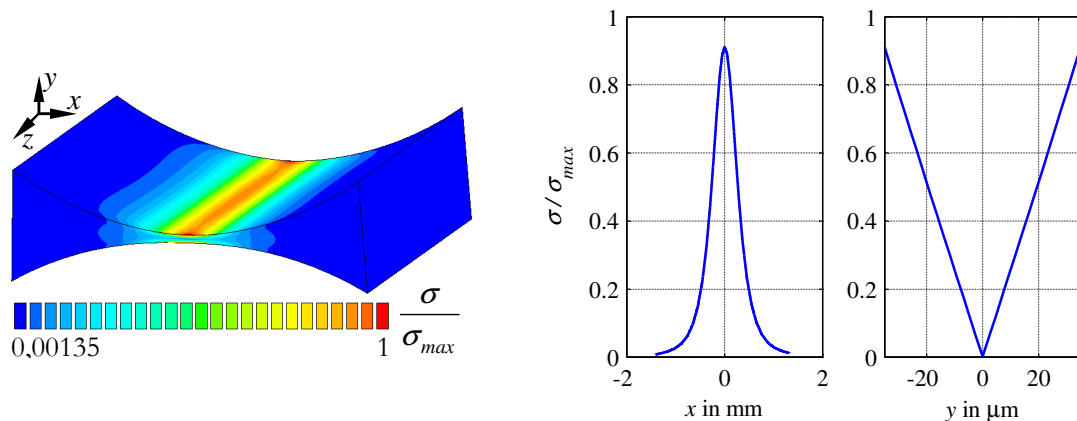


Abb. 4.21: Links: Von-Mises-Spannungsverlauf eines Einkörpergelenkes, Spannung auf maximale Vergleichsspannung normiert. Rechts: Darstellung der Spannungsverläufe in x -Richtung an der Oberfläche des Einkörpergelenkes für $z = 0$, in y -Richtung im Bereich der Taille, ebenfalls für $z = 0$.

Durch eine Konvergenzbetrachtung (siehe Abb. 4.22) für die Verformung eines Einkörpergelenkes aus Aluminium mit Abmaßen in der Größenordnung der Gelenke der untersuchten Waage ($t^* = 70 \mu\text{m}$, $b = 3 \text{ mm}$, $h = 1 \text{ mm}$, $R = 3 \text{ mm}$) konnte gezeigt werden, dass für ein maximales Aspektverhältnis b/t^* und $h/t^* < 20$ der Elemente eine Teilung des Einkörpergelenkes in y -Richtung in sechs Elemente bereits zu einer guten Abbildung der Federsteifigkeit führt. Der relative Fehler zwischen dem mit Gleichung (4.13), S. 46 analytisch bestimmten Wert und dem aus der FEM-Simulation ist hier auf 0,53 % abgefallen. Für eine Unterteilung in acht Elemente sinkt der Fehler

lediglich auf 0,49 %; durch die Beachtung des Aspektverhältnisses der Elemente in z-Richtung erhöht sich die Anzahl der Elemente allerdings von 1080 auf 2560. Dieser numerische Aufwand ist in keiner Weise gerechtfertigt. Um das gewünschte Aspektverhältnis in allen Teilen des Gelenkes zu erreichen und Elemente zu sparen, wird die Teilung in x-Richtung linear mit einem Faktor 4 versehen – die Elemente zu den Rändern hin sind damit viermal so breit wie die Elemente in der Taille.

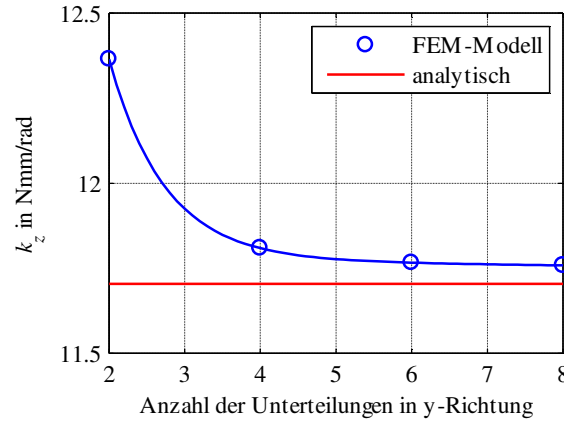


Abb. 4.22: Konvergenz der Federkonstante eines Einkörpergelenkes in Abhängigkeit der Unterteilungen

4.2.2.2 Berücksichtigung der Fertigungstoleranzen im FEM-Modell

In Kapitel 4.2.1.1 wurde bereits beschrieben, dass die Einkörpergelenke einer Waage bedingt durch Fertigungstoleranzen starken Schwankungen unterliegen. Diese geometrischen Toleranzen in einem FEM-Modell zu berücksichtigen, verursacht einen enormen Aufwand, da nicht nur eine neue Modellierung und Vernetzung der betroffenen Gelenke vonnöten ist, sondern ebenfalls der angrenzenden Volumen. Eine Serie von Parametervariationen führt mit dieser Vorgehensweise zu einem erheblichen Zeit- und Hardwareaufwand. Zur einfachen Integration von Parametervariationen der Einkörpergelenke in die Simulation kann die folgende Methode zur Anwendung kommen: Die Fertigungstoleranzen der untersuchten Waagen sind bekannt (siehe Tabelle 3, S.47), ebenso die analytische Beschreibung der Einkörpergelenke (Gleichungen (4.13) bis (4.15), S. 46). Die Beschreibung für die Federkonstante k_z wird für $\beta \ll 1$ und $\gamma \gg \beta$ wie folgt reduziert [62]:

$$k_z = \frac{M_z}{\alpha_z} = \frac{2 \cdot E \cdot b \cdot t^{*5/2}}{9 \cdot \pi \cdot R^{1/2}} \quad (4.17)$$

Mit Gleichung (4.17) ist recht einfach durch Bestimmung des totalen Differenzials die maximale Variation der Federkonstanten um die z-Achse abschätzbar:

$$\Delta k_{z_max} = \left| \frac{2 \cdot b \cdot t^{*5/2}}{9 \cdot \pi \cdot R^{1/2}} \right| \cdot |\Delta E| + \left| \frac{2 \cdot E \cdot t^{*5/2}}{9 \cdot \pi \cdot R^{1/2}} \right| \cdot |\Delta b| + \left| \frac{5 \cdot E \cdot b \cdot t^{*3/2}}{9 \cdot \pi \cdot R^{1/2}} \right| \cdot |\Delta t^*| + \left| \frac{E \cdot b \cdot t^{*5/2}}{9 \cdot \pi \cdot R^{3/2}} \right| \cdot |\Delta R| \quad (4.18)$$

Durch Umstellen von (4.17) wird diese Variation auf das E-Modul abgebildet. Damit erfolgt mittels Definition eines neuen Materialmodells für das Volumen der Einkörpergelenke die Abbildung der

Parametervariation in Form von Fertigungstoleranzen durch eine Parametervariation des E-Moduls:

$$\Delta E_{z_max} = \frac{(\Delta k_{z_max}) \cdot 9 \cdot \pi \cdot R^{1/2}}{2 \cdot b \cdot t^{5/2}} \quad (4.19)$$

Diese Annahme stellt natürlich eine starke Vereinfachung dar: Nicht nur die Federkonstante in z-Richtung ändert sich, sondern auch diejenigen in y- und x-Richtung. Um diese Änderungen ebenfalls in die Parameterstudien aufzunehmen, wäre die Erstellung eines anisotropen (orthotropen) Materialverhaltens mit ΔE_{z_max} , ΔE_{y_max} und ΔE_{x_max} nötig. Hierfür müssten aus den vereinfachten Federkonstanten k_y und k_x (4.20) analog zu (4.18) die totalen Differentiale abgeleitet und in je ein E-Modul umgerechnet werden (4.21)

$$k_y = \frac{E \cdot b^3}{12 \cdot \left(\pi \cdot \left(\frac{R}{t^*} \right)^{1/2} - 2,57 \right)} \quad k_x = \frac{E \cdot b}{\pi \cdot \left(\frac{R}{t^*} \right)^{1/2} - 2,57} \quad (4.20)$$

$$\Delta E_{y_max} = \frac{\Delta k_{y_max} \cdot 12 \cdot \left(\pi \cdot \left(\frac{R}{t^*} \right)^{1/2} - 2,57 \right)}{b^3} \quad \Delta E_{x_max} = \frac{\Delta k_{x_max} \cdot \left(\pi \cdot \left(\frac{R}{t^*} \right)^{1/2} - 2,57 \right)}{b} \quad (4.21)$$

Die Variation der E-Moduln für die untersuchten Einkörpergelenke ergeben sich damit wie in Tabelle 6 aufgelistet.

Tabelle 6: Variation der E-Moduln für die jeweiligen Einkörpergelenke aus Abb. 4.11, S. 44

Gelenk	ΔE_{z_max} in [GPa]	ΔE_{y_max} in [GPa]	ΔE_{x_max} in [kPa]
1	25,502	10,092	18,919
2	25,652	10,539	14,843
3	29,497	14,998	1,125
4	30,189	15,053	1,159
5	40,650	17,322	1,299
6	39,190	12,942	2,427
7	40,103	15,681	1,957

Das Verhalten, welches bereits in Kapitel 4.2.1.1 erläutert wurde, bildet Tabelle 6 nochmals deutlich ab: Die Federkonstante und damit das E-Modul der Einkörpergelenke um die z-Achse hängt am stärksten von den Fertigungstoleranzen ab. Diese kleinste Federkonstante dominiert jedoch auch das gesamte Systemverhalten. Aus diesem Grund wird lediglich ein isotropes Materialmodell vereinbart mit $E = E_{nominal} \pm \Delta E_{z_max}$. Für Belastungen des Systems orthogonal zur Hauptbewegungsrichtung ergibt sich damit eine künstliche Versteifung bzw. Aufweichung, die für Simulationen, in denen die Belastung explizit nicht in Hauptrichtung erfolgt, relevant ist und Eingang finden sollte.

4.2.3 Dämpfung in EMK-Waagen

Die Dämpfung in EMK-Waagen setzt sich aus drei Bestandteilen zusammen: der Dämpfung durch innere Reibung beispielsweise in den Einkörpergelenken, der Dämpfung durch die Bewegung in Luft und der elektromagnetischen Dämpfung. Um die Anteile der einzelnen Dämpfungsarten für die untersuchte Waage zu ermitteln, wurden verschiedene experimentelle Betrachtungen sowie Simulationen vorgenommen.

4.2.3.1 Untersuchung des Einflusses des Beitrages der Dämpfung durch Luft

In Fachkreisen wurde die Hypothese aufgestellt, der schmale Luftspalt zwischen Spule und Permanentmagnet sowie die kleinen Luftauslässe des Magnetsystems um Spule und Hebel würden zu einer Art „Luftpumpeneffekt“ mit signifikanter Dämpfung führen.

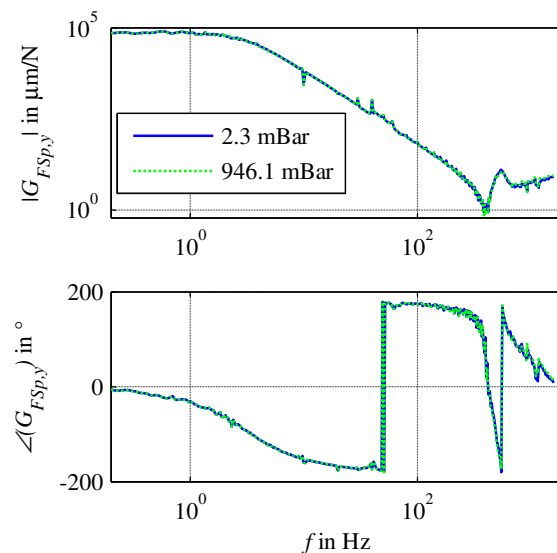


Abb. 4.23: Gemessener Amplitudenfrequenzgang in Abhängigkeit des Umgebungsdruckes

Die Geringfügigkeit der Auslenkungen im Wägesystem lassen jedoch vermuten, dass der Einfluss der Luft eher gering ist. Um dies zu verifizieren, wurde eine Wägezelle in einer Vakuum-Klimakammer bei unterschiedlichen Umgebungsdrücken betrieben. Der Druck wurde dabei von Umgebungsdruck auf ~ 2 mbar abgesenkt und der Amplitudenfrequenzgang der Waage aufgezeichnet (siehe Abb. 4.23). Die gute Übereinstimmung der Kurven zeigt, dass der Beitrag der Dämpfung durch Luft gegenüber den anderen Beiträgen zur Dämpfung tatsächlich vernachlässigbar ist. Das Experiment wurde für Waagen verschiedener Bauformen durchgeführt und führte immer zu derselben Beobachtung. Es ist somit davon auszugehen, dass (entgegen der allgemeinen Auffassung) die Dämpfung durch Luft in EMK-Waagen generell keinen signifikanten Einfluss hat.

4.2.3.2 Trennung zwischen elektromagnetischer und mechanischer Dämpfung

Im Fall der untersuchten Waage wird ein Großteil der Dämpfung durch Wirbelstromeffekte erzeugt, wie im Folgenden die Ausschwingversuche in verschiedenen mechanischen Konfigurationen zeigen. Zunächst wurde dafür das Schwingungsverhalten einer Wägezelle ohne Magnet und Spule aufgezeichnet. Der Dämpfungsbeitrag durch elektromagnetische Effekte entfällt hiermit komplett.

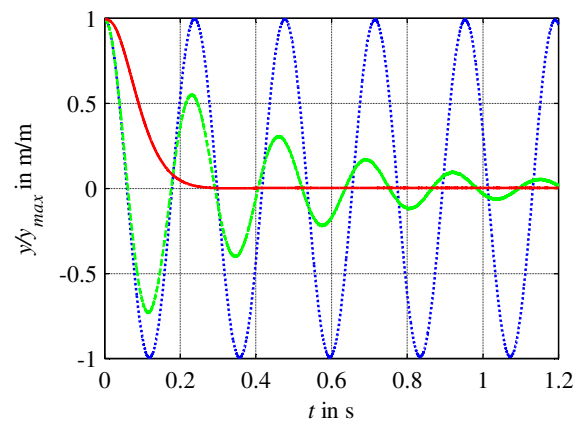


Abb. 4.24: Ausschwingversuch in verschiedenen Konfigurationen, blau gepunktet – nur Mechanik, grün gestrichelt – Mechanik ohne Spule mit Magnet, rot durchgezogen – Mechanik mit offener Spule und Magnet

Für diesen Ausschwingversuch erfolgte die Justage der Waage durch gezieltes Auflegen von Massestücken auf die Waagschale so, dass der Hebel nicht im Anschlag lag und sich frei bewegen konnte. Durch Abheben von 2 g wurde ein Kraftsprung in die Waagschale eingeleitet und die Waage in Schwingungen versetzt. Die Bewegung des Hebels wurde mit einem Laserinterferometer (Vibrometer Serie SPS SIOS Messtechnik GmbH) aufgezeichnet. Dieser Versuch wurde für eine Waage mit montiertem Magneten und ohne Spule sowie mit Magnet und Spule wiederholt (siehe Abb. 4.24), wobei die Drahtenden der Spule offen blieben. Aus den Ausschwingkurven wurden per Schätzung von Ausgleichsfunktionen folgende Dämpfungswerte bestimmt:

Tabelle 7: Dämpfungsraten der untersuchten Wägezelle in verschiedenen Konfigurationen bei Normaldruck

Konfiguration	Mechanik ohne Spule ohne Magnet	Mechanik ohne Spule mit Magnet	Mechanik mit Spule (offen) und mit Magnet
Abklingkoeffizient δ	0,0068 1/s	2,5969 1/s	7,7168 1/s

Aus Tabelle 7 kann man also folgern, dass ein signifikanter Teil der elektromagnetischen Dämpfung der untersuchten Spule in dem ringförmigen Spulenhalter und der Spulenkapself erzeugt wird, da diese aus Aluminium gefertigt sind und damit über eine hohe Leitfähigkeit verfügen. In diesen Bauteilen werden Wirbelströme induziert, was zu einer Bremswirkung führt. Die Dämpfung durch innere Reibung und Luft ist – wie aus Tabelle 7 ersichtlich – vier Größenordnungen kleiner als die elektromagnetische Dämpfung und somit in guter Näherung vernachlässigbar.

Ziel der in dieser Arbeit vorgestellten Modelle ist es, das Systemverhalten optimieren zu können, bevor die Waage das erste Mal gefertigt wird. Aus diesem Grund ist es wünschenswert, den Beitrag der Dämpfung aus Simulationen bestimmen zu können. Exemplarisch hierfür erfolgte eine Simulation in COMSOL zur Untersuchung der induzierten Wirbelströme. Zu diesem Zweck wurde ein Teilmodell (bestehend aus Spulenhalter und Magnetsystem ohne Deckel) des oben beschriebenen Experimentes erstellt. Der Deckel wurde nicht abgebildet, da er für die Messungen mit dem Interferometer aus dem vorangegangenen Abschnitt ebenfalls entfernt werden musste. Für die Simulation der magnetischen Eigenschaften kamen die Parameter von Sm2Co17 180/160 w [58] zum Einsatz. Die Abbildung des Eisenkreises mit einem linearen Materialmodell ist zulässig, da die auftretenden Flussdichten $< 2 \text{ T}$ sind.

Zunächst wurde in einer statischen Analyse das B-Feld des Permanentmagneten und des Eisenkreises bestimmt. Der Spulenhalter wurde dann mit einer Geschwindigkeit beaufschlagt, die der Geschwindigkeit einer sinusförmigen Schwingung beim Nulldurchgang entspricht, um ein Auf- und Abschwingen des Hebels mit einer Amplitude von maximal $200 \mu\text{m}$ abzubilden (analog zu den Messungen in Abb. 4.24). Die Schwingungsfrequenz entspricht damit der ersten Eigenfrequenz der Waage ohne Spule und Waagschale ($\omega_0 = 25,2 \text{ 1/s}$). Aus der induzierten Stromdichte \mathbf{J}_L und der numerisch ermittelten magnetischen Flussdichte berechnet sich die wirkende Lorentzkraft \mathbf{F}_L zu (4.22).

$$\mathbf{F}_L = \iiint_V \mathbf{J}_L \times \mathbf{B} dV \rightarrow \mathbf{F}_L = \int_{A_{Sp}} q \cdot \mathbf{v} \times \mathbf{B} dA \quad (4.22)$$

In Gleichung (4.22) ist V das Volumen des Spulenhalters beziehungsweise im Fall eines „gerichteten Wirbelstroms“ so wie hier zu erwarten A_{Sp} die Querschnittsfläche des Strompfades, q die Ladungsträgerdichte und \mathbf{v} der Vektor der Geschwindigkeit der Ladungsträger im B-Feld.

Die effektive maximale Lorentzkraft in y-Richtung bestimmt sich damit integral aus der Stromdichte. Da die Lorentzkraft geschwindigkeitsproportional ist, lässt sich unter der Annahme, dass das B-Feld im Bewegungsbereich der Spule nahezu konstant ist, eine geschwindigkeitsproportionale Dämpfungskonstante c aus der errechneten Lorentzkraft bestimmen:

$$c = \frac{F_L(y)}{v(y)} \quad (4.23)$$

Die Abklingkonstante δ berechnet sich wie für einen harmonischen Oszillator aus Gleichung (4.24):

$$\delta = \frac{c}{2 \cdot m} \quad (4.24)$$

Zur Bestimmung der Abklingkonstante ist es daher nötig, einen Wert für die bewegte Masse zu schätzen, eine Möglichkeit findet sich in [29]. Die Ermittlung von Werten für die Parameter Federkonstante, Dämpfungskonstante und bewegte Masse erfolgt hier auf Basis eines Impedanzfrequenzganges einer Waage. Für die bewegte Masse der untersuchten Waage ergibt sich ein Wert von

~ 37 g. Über eine Simulation der Stromdichte in Spulenhalter und Spulenkapsel bei Bewegung ist damit eine Abschätzung des Beitrags der elektromagnetischen Dämpfung möglich.

4.2.4 Modellierung der Dämpfung im Starrkörper-Modell

Wie bereits im vorangegangenen Kapitel beschrieben, sind die Beiträge zur Dämpfung durch Luft und innere Reibung sehr klein. Sollten sie nicht bekannt sein, sind sie in guter Näherung vernachlässigbar. In dem vorliegenden Fall ist die Dämpfungsrate D allerdings aus dem Experiment in Abschnitt 4.2.3.2 bekannt und wird deshalb auch im Modell berücksichtigt. Diese wird auf die einzelnen Gelenke aufgeteilt. Unter Berücksichtigung der Reihen- und Parallelschaltung der Einzelgelenke ergibt sich die Dämpfungskonstante eines jeden Gelenks (unter der Annahme, dass alle Gelenke über die gleiche Dämpfung verfügen) zu $c_{mech} = 1,6 \cdot 10^{-6}$ Ns/m.

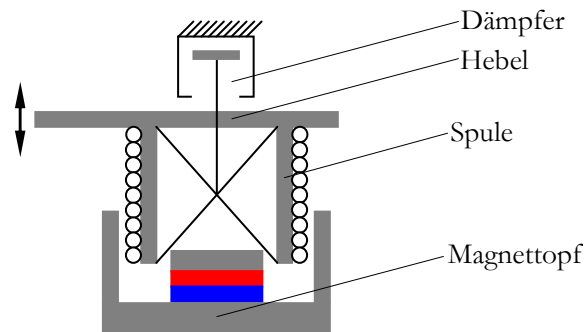


Abb. 4.25: Schematische Darstellung zur Definition der elektromagnetischen Dämpfung mittels eines Dämpferelements

Der wesentlich größere Beitrag durch die elektromagnetische Dämpfung tritt lokal begrenzt an der Spule auf und ist geschwindigkeitsproportional, wie aus Gleichung (4.22) hervorgeht. Zur Abbildung dieses Effekts bietet sich die Definition eines Dämpferelements zwischen Mittelpunkt der Spule und einem virtuellen, gestellfesten Punkt an (siehe Abb. 4.25). Dieser Dämpfer bekommt eine Dämpfungskonstante zugeordnet, welche sich nach Gleichung (4.24) zu $c_{magn} = 0,797$ Ns/m berechnet.

4.2.5 Modellierung der Dämpfung im FEM-Modell

Die Implementierung der Dämpfung in das FEM-Modell erfolgt analog zu dem Starrkörpermodell: Die Dämpfung durch innere Reibung und Luft wird in Form eines global auf alle Elemente wirkenden Dämpfungskoeffizienten über BETAD definiert. Die Berechnung erfolgt mit dem Wert aus Tabelle 7 und Gleichung (4.7), S. 40 zu $\beta = 2,1 \cdot 10^{-5}$ s. Für den elektromagnetischen Dämpfungsanteil kommt ein virtueller, raumfester Knoten im Schwerpunkt der Spule zum Einsatz. Die Verbindung dieses Knotens mit einem Knoten in der Mittelachse des Hebels kommt über ein COM-

BIN14-Element zustande (siehe ebenfalls Abb. 4.25). Diesem Feder-Dämpfer-Element wird die Dämpfungskonstante $c_{\text{magn}} = 0,797 \text{ Ns/m}$ zugewiesen.

Für Frequenzganganalysen mit modaler Superposition können keine diskreten Dämpfer wie beispielsweise das COMBIN14-Element verwendet werden, da sich damit die Dämpfungsmatrix nicht per Modaltransformation diagonalisieren lässt (siehe Grundlagen, Abschnitt 2.3.4, S. 19). Um dieses Problem zu umgehen, muss die lokale Dämpfung für Frequenzganganalysen in eine globale Dämpfung transformiert werden. Hierzu kommt der Rayleigh-Ansatz für die Dämpfung in seiner gesamten Form zum Einsatz [78], der darauf beruht, dass die Dämpfung proportional zur Massen- und Steifigkeitsverteilung im System ist, siehe auch Kapitel 2.3.2.

$$\mathbf{c}_R = \alpha \cdot \mathbf{M} + \beta \cdot \mathbf{K} \quad (4.25)$$

Diese Annahme ist für die untersuchte Waage gerechtfertigt, da durch das große Hebelverhältnis das Massenträgheitsmoment durch Spule und Indifferenzgewicht sehr groß wird, womit das dynamische Verhalten des Systems maßgeblich beeinflusst wird. Die Dämpfungskraft greift an der Spule an und damit in einem Bereich großen Massenträgheitsmoments. Die grobe lokale Zuordnung zwischen Massenmatrix \mathbf{M} und Angriffspunkt der Dämpfung ist damit gewährleistet. Die Faktoren α und β sind aus der Dämpfungsrate D für zwei signifikante Eigenfrequenzen bestimmbar [78]:

$$\alpha = \frac{2 \cdot \omega_0 \cdot \omega_1}{\omega_0 + \omega_1} \cdot D \quad \beta = \frac{2}{\omega_0 + \omega_1} \cdot D \quad (4.26)$$

Als signifikante Eigenfrequenzen wurden die erste Eigenfrequenz $\omega_0 = 17,59 \text{ 1/s}$ der Waage sowie eine große Hebelresonanz mit $\omega_1 = 3254 \text{ 1/s}$ gewählt. Die Dämpfungsrate D lässt sich mit der Eigenfrequenz aus der Abklingkonstante bestimmen:

$$D = \frac{\delta}{\omega_0} \quad (4.27)$$

Damit ergeben sich mit $D = 0,44$ (aus $\delta = 7,7168 \text{ 1/s}$, siehe Tabelle 7) die Faktoren α und β zu $\alpha = 15,35$ und $\beta = 2,68 \cdot 10^{-4}$.

4.3 Modellierung der elektrischen, elektronischen und elektromagnetischen Komponenten einer EMK-Waage

Im vorangegangenen Kapitel 4.2 wurde die Modellierung des mechanischen Teils einer EMK-Waage vorgestellt. Um den Regelkreis aus Abb. 4.1, S. 35 vollständig abbilden zu können, müssen diesem Modell noch weitere Teilmodelle zur Beschreibung von Lageindikator, Regler, U/I-Wandler und Spule mit Magnetsystem hinzugefügt werden. Diese Beschreibung findet sich in den folgenden Abschnitten.

4.3.1 Modell der Spule im Magnetkreis

Wie bereits in Kapitel 2.1, S. 5 beschrieben, wird die Kraft auf die Waagschale, ausgelöst durch aufgelegtes Wägegut, durch eine elektromagnetische Kraft kompensiert. Diese wird mit einer stromdurchflossenen Spule erzeugt, die sich in dem Magnetfeld eines Permanentmagneten befindet.

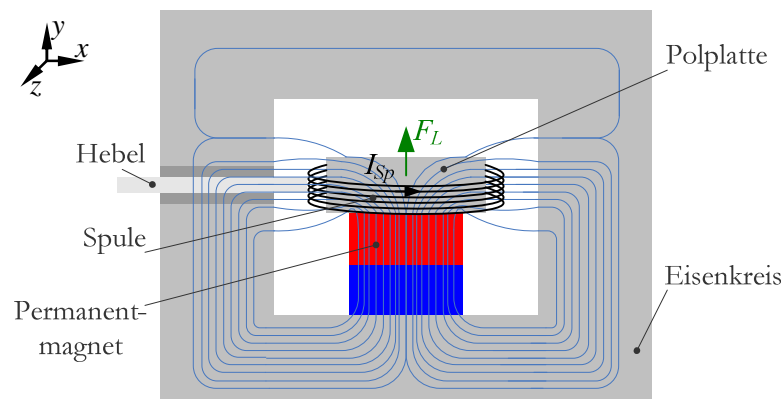


Abb. 4.26: Schematische Darstellung der Spule im Magnetkreis mit Feldlinien

Der schematische Aufbau aus Spule und Permanentmagnet ist in Abb. 4.26 dargestellt. Die Spule befindet sich in einer komplett geschlossenen, luftdichten Aluminiumkapsel, die an dem Hebel befestigt ist. Durch die Kapselung wird der Feuchteinfluss auf das Spulenverhalten reduziert. Das Magnetsystem besteht aus einem Permanentmagneten, dem Eisenkreis, bestehend aus Magnettopf und -deckel, sowie einer Polplatte, mit der dafür gesorgt wird, dass die Feldlinien möglichst senkrecht auf der Spule stehen. Im Luftspalt fällt die magnetische Flussdichte zu den Rändern in y -Richtung hin parabolisch ab. Die entstehende elektromagnetische Kraft wirkt bedingt durch die senkrechte Anordnung der Feldlinien zu den stromdurchflossenen Leitern hauptsächlich in y -Richtung (siehe Gleichung (4.28)), wobei l_{\perp} die Länge des Spulendrahtes darstellt mit der Anzahl

der Spulenwindungen n , dem mittleren Spulenradius r sowie der mittleren im Bereich der Spule wirkenden magnetischen Flussdichte $B_{\perp}(y)$ in Abhängigkeit der aktuellen Position in y -Richtung.

$$\mathbf{F}_{Sp} = \int I_{Sp} \cdot (d\mathbf{l} \times \mathbf{B}) \rightarrow F_{Sp}(y) = I_{Sp} \cdot l_{\perp} \cdot B_{\perp}(y) = I_{Sp} \cdot 2 \cdot \pi \cdot n \cdot r \cdot B_{\perp}(y) \quad (4.28)$$

Bedingt durch die Bewegung des Hebels im (räumlich) veränderlichen Magnetfeld wird in der Spule eine Spannung induziert. Da auch hier die Annahmen bezüglich der Orthogonalität von Spule und B-Feld gelten und die Bewegung der Spule im Wesentlichen in y -Richtung erfolgt, kann die induzierte Spannung mit Gleichung (4.29) angegeben werden.

$$U_{ind} = - \int (d\mathbf{l} \times \mathbf{B}) \frac{d\mathbf{r}(x, y, z)}{dt} \rightarrow U_{ind} = -v_{\perp} \cdot l_{\perp} \cdot B_{\perp}(y) \quad (4.29)$$

Mit den Gleichungen (4.28) und (4.29) ist die Kopplung zwischen dem mechanischen und elektromagnetischen Teil der Waage beschreibbar: Durch den Spulenstrom wird eine Kraft auf den Hebel erzeugt, mit der Bewegung des Hebels wird eine Spannung in der Spule induziert. Der Grad der Kopplung beider Systemhälften ist mit dem Koppelfaktor $l_{\perp} \cdot B_{\perp}(y)$ beschrieben.

Das elektromechanische Verhalten des Spulantriebs ist durch ein einfaches elektrisches Ersatzschaltbild modellierbar: Die Spule wird durch eine Reihenschaltung aus Induktivität und ohmschem Widerstand repräsentiert. Dieser Kreis wird über einen Transformator an einen zweiten Stromkreis gekoppelt, welcher mittels einer Blackbox die Mechanik darstellt. Dem Windungsverhältnis des Transformators wird dabei der Wert des Koppelfaktors zugeordnet [29].

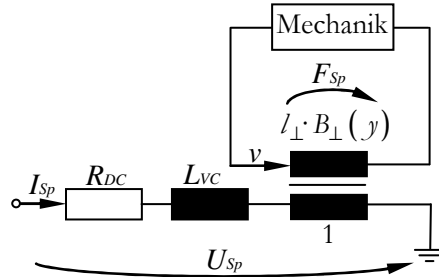


Abb. 4.27: Schematische Darstellung des Spulenverhaltens in der Rückkopplung mit der Waagenmechanik

Aus Abb. 4.27 kann die Spannung in Gleichung (4.30) abgelesen werden, die über der Spule abfällt, wenn sich diese im Eisenkreis befindet und mit einem Spulenstrom I_{Sp} aus einer (idealen) Stromquelle gespeist wird:

$$U_{Sp} = I_{Sp} \cdot R_{DC} + \dot{I}_{Sp} \cdot L_{VC} - U_{ind} = I_{Sp} \cdot R_{DC} + \dot{I}_{Sp} \cdot L_{VC} + v_{\perp} \cdot l_{\perp} \cdot B_{\perp}(y) \quad (4.30)$$

Zur Implementierung der Gleichungen (4.28) bis (4.30) in ein mechanisches Modell ist zunächst noch die Bestimmung des Koppelfaktors notwendig. Dies kann auf experimentellem oder numerischem Weg erfolgen.

4.3.1.1 Experimentelle Ermittlung des Koppelfaktors

Zur Ermittlung des Kopplungsfaktors wird zunächst das Momentengleichgewicht mit Gleichung (4.31) für eine vereinfachte Darstellung der Waage aufgestellt (siehe Abb. 4.28), wobei k_W der Gesamtfederkonstante der Waage entspricht und für diese Betrachtung der Hebelseite mit der Spule zugeschlagen wird.

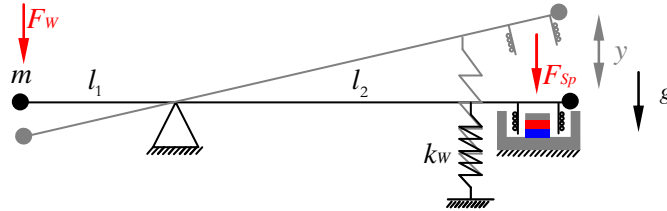


Abb. 4.28: Schematische Darstellung des Momentengleichgewichtes einer Waage

$$F_W \cdot l_1 = (F_{Sp} + k_W \cdot y) \cdot l_2 \rightarrow m \cdot g \cdot l_1 = (I_{Sp} \cdot l_{\perp} \cdot B_{\perp}(y) + k_W \cdot y) \cdot l_2 \quad (4.31)$$

Die Federkonstante der Waage kann bestimmt werden, wenn die Waage durch Aufstapeln von Gewichten mit der Masse $m_{\text{Ausgleich}}$ auf die Waagschale mechanisch ausgeglichen ist. Für den Spulenstrom $I_{Sp} = 0$ wird die Masse Δm auf der Waagschale definiert geändert und die Auslenkung Δy des Hebels beobachtet:

$$k_W = \frac{\Delta m \cdot g \cdot l_1}{\Delta y \cdot l_2} \quad (4.32)$$

Das Momentengleichgewicht (4.31) wird durch Aufstapeln bekannter Gewichte m_1 und m_2 auf die Waagschale und Messung des Stromes I_{Sp1} und I_{Sp2} für verschiedene Auslenkungen y des Hebels gemessen.

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad m_1 \cdot g \cdot l_1 &= (I_{Sp1} \cdot l_{\perp} \cdot B_{\perp}(y) + k_W \cdot y) \cdot l_2 \\ \text{(b)} \quad m_2 \cdot g \cdot l_1 &= (I_{Sp2} \cdot l_{\perp} \cdot B_{\perp}(y) + k_W \cdot y) \cdot l_2 \end{aligned} \quad (4.33)$$

Aus den Messungen zu Gleichung (4.33) (a) und (b) kann mit Kenntnis des Hebelverhältnisses l_2/l_1 der Koppelfaktor bestimmt werden:

$$l_{\perp} \cdot B_{\perp}(y) = \frac{(m_2 - m_1) \cdot g \cdot \frac{l_1}{l_2}}{I_{Sp2} - I_{Sp1}} \quad (4.34)$$

Das resultierende Profil des Koppelfaktors hängt parabolisch von der y -Koordinate ab und ist mit Gleichung (4.35) gut approximierbar, wobei die Parameter lB_i aus den Messwerten von Gleichung (4.34) geschätzt werden.

$$l_{\perp} \cdot B_{\perp}(y) = lB_0 + lB_1 \cdot y + lB_2 \cdot y^2 \quad (4.35)$$

4.3.1.2 Numerische Ermittlung des Koppelfaktors

In Kapitel 4.2.3.3 waren bereits die Wirbelstromeffekte in dem Spulenhalter Gegenstand von Untersuchungen. Zu diesem Zweck erfolgte die Simulation des statischen Magnetfelds von Permanentmagnet und Eisenkreis. Da der Strom durch die Spule sehr klein ist (im Bereich weniger mA), kann das B-Feld, welches sich darum ausbildet, gegenüber dem B-Feld des Permanentmagneten für die Bestimmung des Koppelfaktors vernachlässigt werden.

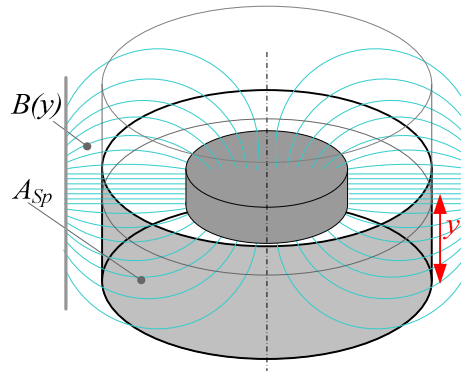


Abb. 4.29: Integration des numerisch bestimmten B-Feldes über die Fläche A_{Sp} bzw. das Volumen V_{Sp}

Damit kann per Integration des B-Feldes aus der statischen Berechnung über den Bereich, den die Spule überstreicht, in Abhängigkeit der y-Koordinate ein mittleres B-Feld bestimmt werden, welches auf die Spule wirkt (siehe Abb. 4.29). Per Multiplikation mit der Länge des Spulendrahtes erhält man daraus den effektiv wirkenden Koppelfaktor in Abhängigkeit der y-Position.

$$l_{\perp} \cdot B_{\perp}(y) = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot n \cdot \frac{1}{V_{Sp}} \int_{V_{Sp}} B_{\perp}(y) dV \quad (4.36)$$

Auch der mit Gleichung (4.36) bestimmte Koppelfaktor wird zur Implementierung in ein übergeordnetes Modell zweckmäßigerweise durch ein Polynom wie in Gleichung (4.35) abgebildet.

4.3.2 Modell des Lageindikators

Der Lageindikator besteht aus einer LED, welche durch eine Spaltblende zwei nebeneinander angeordnete Photodioden beleuchtet. Die Blende ist im Hebel integriert und bewegt sich mit diesem auf und ab. Dadurch werden unterschiedlich große Bereiche der Photodioden beleuchtet, zu denen der ausgegebene Photostrom proportional ist (siehe Abb. 4.30).

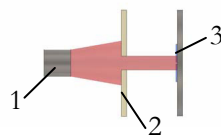


Abb. 4.30: Schematischer Aufbau des Lageindikators [11], mit 1 – Sendediode, 2 – Schlitzblende und 3 – Differenzphotodiode

Das Lagesignal wird durch Differenzbildung erzeugt. Damit ergibt sich eine annähernd lineare Kennlinie zwischen Weg und Lagesignal.

Ein sehr detailliertes Modell zur Beschreibung des nichtlinearen Verhaltens findet sich in [29]. Darin wird die Verschiebung und Kippung der Spaltblende ebenso berücksichtigt, wie die Abstrahlcharakteristik der LED. Die simulierte (statische) Kennlinie bildet das reale gemessene Verhalten sehr gut ab, die Abweichung zwischen Simulation und Messung beträgt nur rund 1,25 %. Zur Implementierung des Modells des Lageindikators in ein übergeordnetes Modell kann die Weg/Lagesignal-Kennlinie mit einer Funktion fünfter Ordnung wie in Gleichung (4.37) approximiert werden, deren Parameter aus der simulierten oder gemessenen Kennlinie geschätzt werden.

$$U_{Pos}(y) = U_{ab0} + U_{ab1} \cdot y + U_{ab2} \cdot y^2 + U_{ab3} \cdot y^3 + U_{ab4} \cdot y^4 + U_{ab5} \cdot y^5 \quad (4.37)$$

Zur Untersuchung des dynamischen Verhaltens des Lageindikators wurde die Schlitzblende gezielt gegenüber der Differenzphotodiode dejustiert, so dass für die Nulllage ein Differenzsignal angezeigt wurde. Die Schlitzblende wurde in dieser Lage geklemmt und die LED statt mit einem Konstantstrom im Normalbetrieb mit einem PRBS modulierten Strom gespeist. Der eingespeiste Strom wechselte hierbei zwischen 0 und 10 mA, was zu einem Blinken der LED führte. Unter der Annahme, dass die LED unmittelbar dem eingespeisten Strom folgt (im Datenblatt [61] sind Schaltzeiten von 1 μ s für wesentlich größere Ströme angegeben) wird der eingespeiste Strom als Eingangssignal ebenso wie das resultierende Abtastsignal als Ausgangssignal mit 100 kHz aufgezeichnet. Da bereits die statische Kennlinie des Lageindikators in das Modell implementiert ist, wird die geschätzte Übertragungsfunktion auf den Gleichsignalwert normiert. Diese Übertragungsfunktion ist durch ein Pol-Nullstellen-Modell approximierbar (4.38). Die erste Knickfrequenz liegt hier bei ~ 1295 Hz, die darauf folgenden vier Pole sind konjugiert komplex.

$$G_{Pos}(z) = \frac{z^7 \cdot (z - (n_{0r} \pm i \cdot n_{0k}))^2}{(z - d_0) \cdot (z - (d_{1r} \pm i \cdot d_{1k}))^2 \cdot (z - (d_{2r} \pm i \cdot d_{2k}))^2 \cdot (z - (d_{3r} \pm i \cdot d_{3k}))^2 \cdot (z - (d_{4r} \pm i \cdot d_{4k}))^2} \quad (4.38)$$

Die ermittelte Übertragungsfunktion kann weiterhin vereinfacht werden, da der D/A-Wandler lediglich mit einer Samplingfrequenz von 10 kHz arbeitet und damit das Verhalten des Regelkreises maßgeblich in seiner Bandbreite dominiert. Die Übertragungsfunktion (4.38) wird deswegen zu Gleichung (4.39) reduziert.

$$G_{Pos10kHz}(z) = \frac{z \cdot (z - n_{0r}) \cdot (z - n_{1r})}{(z - d_0) \cdot (z - (d_{1r} \pm i \cdot d_{1k}))^2} \quad (4.39)$$

4.3.3 Modell des UI-Wandlers

Für eine effiziente Regelung ist es notwendig, die Spule mit einem Strom anzusteuern [29], da die erzeugte Kraft direkt proportional zum Spulenstrom ist. Bei Einspeisung einer Spannung stellt sich

zwar der gleiche Strom ein, allerdings bedingt durch die Induktivität mit einer zeitlichen Verzögerung. Dadurch tritt die Kraftwirkung zeitlich verzögert gegenüber dem Reglersignal ein. Der Ausgangsstrom, der von kommerziell erhältlichen D/A-Wandlern geliefert wird, reicht nicht aus, um die untersuchte Waage zu regeln, zumal die meisten D/A-Wandler für die Ausgabe von Spannungen konzipiert sind. Mit dem Spannungs-Strom-Wandler (U/I-Wandler) wird dieses Problem umgangen. Die Modellierung kann auf Grund der messtechnisch nachgewiesenen Eigenschaften als ideale spannungsgesteuerte Stromquelle erfolgen. Der Ausgangsstrom verhält sich nahezu ideal linear zu der Eingangsspannung. Um eine möglichst genaue Abbildung der realen Gegebenheiten zu erzielen, kommt jedoch das quadratische Polynom aus Gleichung (4.40) zur Anwendung

$$I_{Sp}(U_R) = I_0 + I_1 \cdot U_R + I_2 \cdot U_R^2 \quad (4.40)$$

Im Frequenzbereich zeigt der U/I-Wandler bis hin zu einer Frequenz von 15 kHz einen glatten Verlauf. Der Einfluss der Dynamik des U/I-Wandlers auf das Systemverhalten kann also komplett ignoriert werden.

4.3.4 Modell des Reglers

Zur Regelung der Waage kam in der Simulation und der Messung ein diskretisierter PIDT1-Regler zum Einsatz. Die Struktur des Reglers ist identisch zu dem in Abschnitt 4.1.3, in den Gleichungen (4.9) bis (4.11), S. 40 eingeführten Regler. Eingangsgröße des Reglers ist hier die Differenz zwischen Solllage U_{Soll} und tatsächlichem Lagesignal U_{pos} . Ausgangssignal ist die Stellspannung für den U/I-Wandler U_R , siehe Abb. 4.1, S. 35.

4.3.5 Implementierung nicht-mechanischer Komponenten in das Starrkörpermodell

Zur Implementierung der Bestandteile der Waage, die in den Abschnitten 4.3.1 bis 4.3.4 eingeführt wurden, erfolgte eine Trennung der Komponenten in solche, die zeitdiskret arbeiten und solche die kontinuierlich arbeiten. Das Starrkörpermodell der Waagenmechanik liegt hierbei in zeitkontinuierlicher Beschreibung vor, ebenso wie die Modelle für den U/I-Wandler sowie den elektromagnetischen Aktuator, bestehend aus Spule und Permanentmagnet. Zur Anbindung der kontinuierlich abgebildeten Systeme an den zeitdiskreten Regler und den Lageindikator wird vor dem Lageindikator und nach dem Regler jeweils ein Sample-and-Hold-Glied eingeführt (siehe Abb. 4.31). Diese Sample-and-Hold-Glieder arbeiten mit einer Zeitkonstante von $1 \cdot 10^{-4}$ s äquivalent zu der Samplingzeitkonstante des digitalen Reglers. Für das Modell des elektromagnetischen Aktuators wird zunächst der positionsabhängige Koppelfaktor aus der aktuellen Lage des Starrkörpermodells berechnet und mit diesem die momentan wirkende elektromagnetische Kraft bestimmt. Parallel dazu wird die Spannung, die über der Spule abfällt, aus dem Momentanspulenstrom, dem Koppelfaktor und der Momentangeschwindigkeit des Waagenhebels in y-Richtung bestimmt.

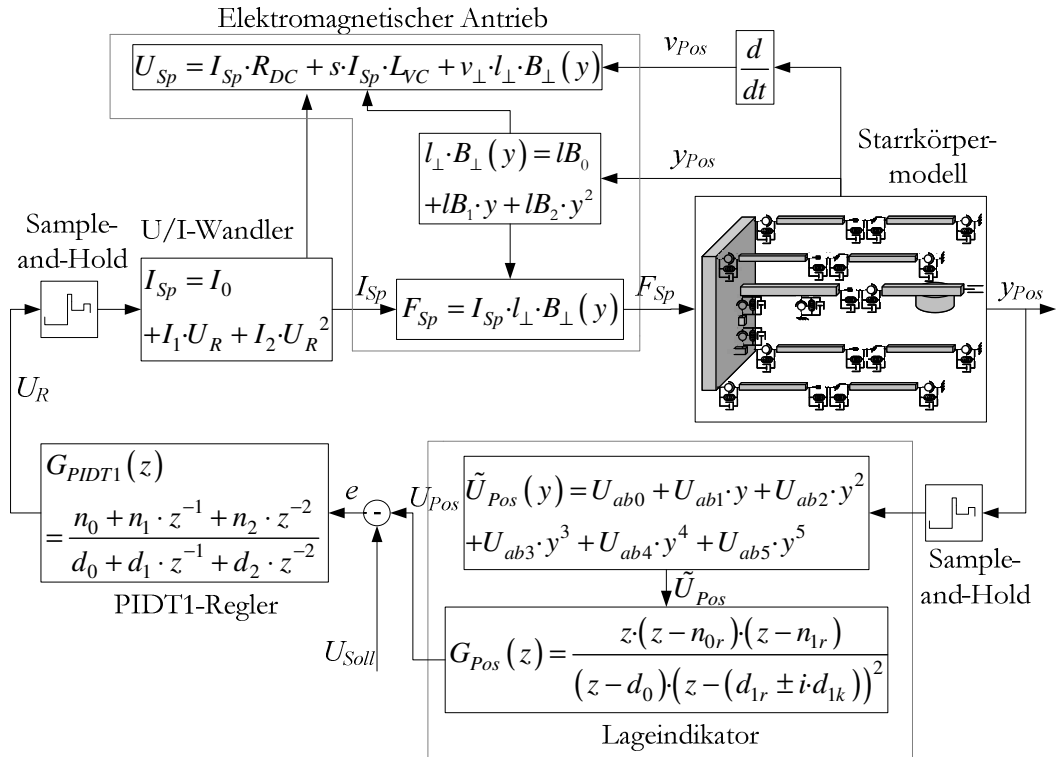


Abb. 4.31: Schematischer Aufbau des Regelkreises für das Starrkörpermodell

Die Lösung des Modells erfolgte in MATLAB Simulink[®] mit einem impliziten Solver (ode23t [76]). Hierbei handelt es sich um einen Einschrittsolver, basierend auf einem (2,3) Runge-Kutta-Algorithmus mit Trapezregel, welcher sich für die Lösung von Problemen mit moderater Steifigkeit eignet. Die Besonderheit dieses Solvers ist, dass er keine numerische Dämpfung beinhaltet. Die Schrittweite wurde variabel gewählt, jedoch auf einen maximalen Wert von $1 \cdot 10^{-4}$ s festgelegt, um eine gute Übereinstimmung mit dem digitalen Regler zu erzielen. Ein maximaler relativer Fehler von $1 \cdot 10^{-3}$ – bezogen auf die Änderung der Zustandsvariablen – wurde definiert.

4.3.6 Implementierung nicht-mechanischer Komponenten in das FEM-Modell

Die prinzipielle Vorgehensweise zur Implementierung von Reglern mittels zeitschrittweitengesteuerter APDL-Skripte in FEM-Modelle wurde bereits in Abschnitt 4.1.3, S. 39 beschrieben. Auf das Beispiel der EMK-Waage angewendet, ergibt sich für die Schrittweitensteuerung das folgende Ergebnis: Jeder Lastschritt T_s umfasst $1 \cdot 10^{-4}$ s, äquivalent zu der Samplingzeitkonstante des digitalen Reglers. Zum Ende jedes Lastschrittes, der in fünf bis zehn Zeitschritte $T_\theta = 1 \cdot 10^{-5} \dots 5 \cdot 10^{-5}$ s unterteilt wird, erfolgt die Lagebestimmung eines Knotens in der Spaltblende des Hebels und die Applikation einer neu bestimmten Kraft auf den Hebel. Dadurch, dass nur jeweils zum Ende eines jeden Lastschrittes ein Lagesignal ermittelt bzw. eine neue Kraft auf das FEM-Modell aufgebracht wird, werden alle elektrischen und elektromagnetischen Komponenten ebenso wie der Regler als

zeitdiskret modelliert (siehe Abb. 4.32). Die Beschränkung der Kraftaufbringung und Positionsbestimmung auf einen fixen Zeitpunkt am Ende eines Lastschrittes wirkt sich wie ein Sample-and-Hold-Glied an den Ein- und Ausgängen des FEM-Modells aus. Die Implementierung der nicht-mechanischen Komponenten in das FEM-Modell erfolgt per APDL-Script. Die Knotenverschiebung des beobachteten Knotens im Waagenhebel des letzten Lastschrittes liefert die Größe zur Bestimmung des Lagesignals und des positionsabhängigen Koppelfaktors. Durch Vergleich des Lagesignals U_{Pos} mit einem Sollwert wird die Regelabweichung e bestimmt und als Eingangssignal in die Differenzgleichung des PIDT1-Reglers eingespeist. Ausgangssignal des Reglers ist die Regelspannung U_R , die die Erzeugung des Spulenstroms I_{Sp} steuert. Hieraus wird zusammen mit dem bereits ermittelten Koppelfaktor die elektromagnetische Kraft auf die Spule berechnet. Die Knotenlast in der Spule, welche die elektromagnetische Kraft abbildet, wird aufgebracht; die Knotenlast des letzten Lastschrittes wird gelöscht. Aus Spulenstrom, Lagesignal und Koppelfaktor kann die aktuell abfallende Spulenspannung U_{Sp} per Differenzgleichung bestimmt werden. Nach Aufbringung der elektromagnetischen Kraft wird die Sprungantwort der Waagenmechanik in mehreren Zeitschritten beobachtet und aufgezeichnet.

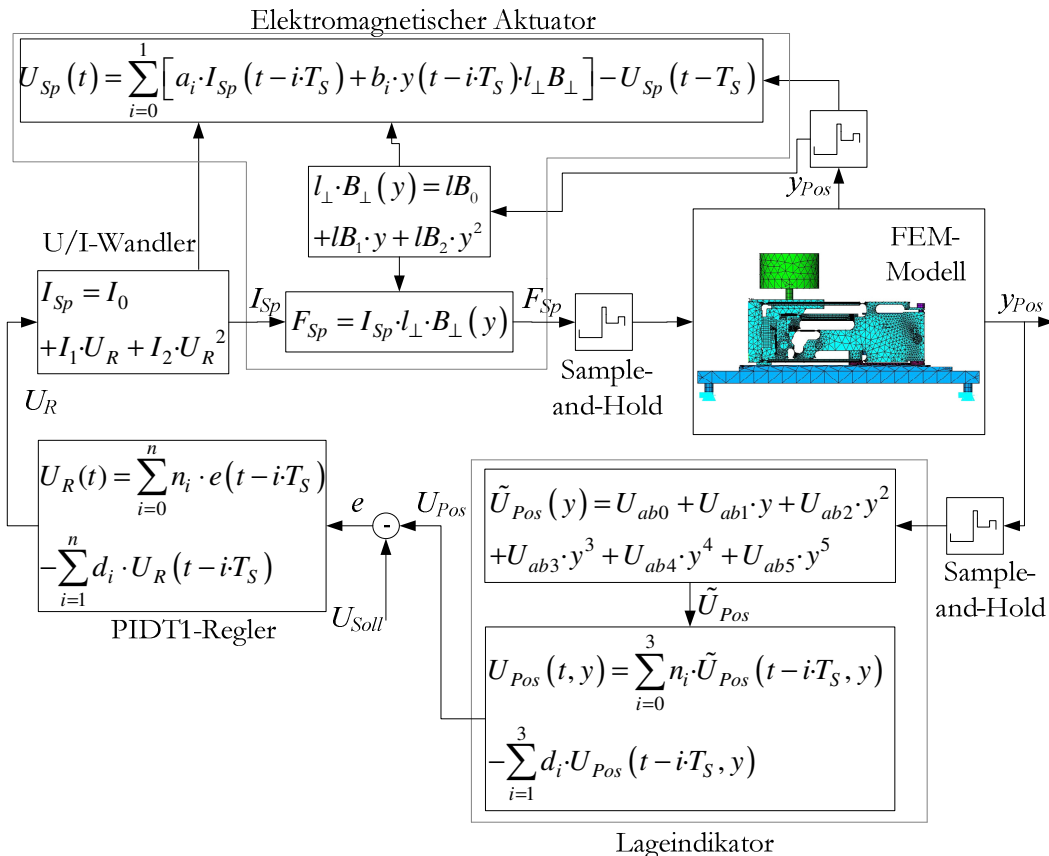


Abb. 4.32: Schematische Darstellung der Implementierung der nicht-mechanischen Komponenten in das FEM-Modell

Kapitelzusammenfassung

Das vergangene Kapitel behandelte die Vorgehensweise zur Modellierung einer EMK-Waage. Die Überprüfung des prinzipiellen Verfahrens zur Implementierung von Regleralgorithmen in FEM- bzw. Starrkörpermodelle erfolgte anhand eines analytischen Modells sowie eines FEM- und eines Starrkörpermodells eines geregelten Pendels in Abschnitt 4.1. Die Vorgehensweise hierzu kann man wie folgt zusammenfassen: Jede numerische transiente Simulation kann als zeitdiskreter Prozess aufgefasst werden, die Implementierung des Reglers muss dementsprechend ebenfalls in zeitdiskreter Form (beispielsweise als Differenzengleichung) erfolgen. Die Schrittweitensteuerung zur Abbildung der mechanischen Effekte sollte mit einer Zeitkonstante starten, die rund $1/100$ der größten abzubildenden Eigenfrequenz entspricht, die Reglersignale müssen in entsprechend zeitlich größeren, äquidistanten Schritten synchron mit der Samplingfrequenz des Reglers aufgebracht bzw. ausgelesen werden.

Die Ergebnisse aus Abschnitt 4.1 wurden in den folgenden Kapiteln auf die Modelle für EMK-Waagen übertragen. Hier erfolgte eine Trennung in Modelle für mechanische und für elektrische, elektronische und elektromagnetische Komponenten. Um eine möglichst realitätsgetreue Abbildung der mechanischen Eigenschaften zu realisieren, ist insbesondere der Einfluss von Fertigungstoleranzen auf die Steifigkeit der Einkörpergelenke relevant. Für das Starrkörpermodell können die Variationen in einen Satz von Federkonstanten für jedes Gelenk umgerechnet werden (siehe Abschnitt 4.2.1.1, S.45), für das FEM-Modell ist eine Umrechnung in ein angepasstes E-Modul für jedes Gelenk sinnvoll (siehe 4.2.2.2, S. 54). Darüber hinaus ist auf Grund der steifen Modellierung mit einem Starrkörpermodell eine Berücksichtigung der Nachgiebigkeit der schlanken Waagenbauteile mit zusätzlichen Schub- und Drehgelenken sowie zugehörigen Federkonstanten empfehlenswert (siehe Abschnitt 4.2.1.2, S. 48). Für die Qualität des FEM-Modells ist die Vernetzung der Einkörpergelenke von zentraler Relevanz, aus Konvergenzbetrachtungen konnte folgende Faustregel abgeleitet werden: für die Dicke des Gelenks sind sechs Elemente nötig, die Elementzahl für die Breite und die Länge ergibt sich aus dem Aspektverhältnis von maximal 1:20. Die Länge der Elemente kann zu den äußeren Rändern hin mit dem Faktor skaliert werden, der dort das Verhältnis der Taillenweite zur aktuellen Dicke beschreibt.

Die mechanische Dämpfung hat einen großen Einfluss auf die Systemmodellierung und wird in der Literatur als schwer abschätzbarer Faktor dargestellt. Aus diesem Grund wurden deren Bestandteile in Abschnitt 4.2.3, S. 56 ausführlich messtechnisch untersucht. Hierbei konnte gezeigt werden, dass der größte Beitrag der Dämpfung aus der Induktion von Wirbelströmen in der Spulenkapsel und dem Spulenhalter resultiert. In erster Näherung kann dieser Effekt als geschwindigkeitsproportional betrachtet werden, zur Anwendung kam darauf basierend für beide Modelltypen ein diskretes geschwindigkeitsproportionales Dämpfungselement mit Befestigung zwischen Spulenmittelpunkt und einem weiteren gestellfesten Punkt (siehe Abschnitt 4.2.4, S. 59 und Abschnitt 4.2.5, S. 59).

In Abschnitt 4.3 wurden die nicht-mechanischen Bestandteile einer EMK-Waage beschrieben und modelliert. Das Verhalten des elektromagnetischen Aktuators (siehe Abschnitt 4.3.1, S. 61) wird durch folgendes elektromechanisches Ersatzschaltbild sehr gut abgebildet: Der ohmsche Widerstand sowie die Induktivität der Spule liegen in Reihe zu einem Transformator mit dem Wicklungsverhältnis 1 : Koppelfaktor, womit die Kopplung zwischen mechanischem und elektromagnetischem System realisiert wird. Der Koppelfaktor ist positionsabhängig und kann sowohl numerisch (wie in Abschnitt 4.3.1.2, S. 64) mittels Integration des B-Felds über die Spulenlänge und -höhe als auch experimentell (wie in Abschnitt 4.3.1.1, S. 63) durch Kompensation verschiedener Massen und Messung des Spulenstroms für einen Streubereich von Hebellagen bestimmt werden.

Für den Lageindikator (siehe Abschnitt 4.3.2, S. 64) konnte auf ein statisches Modell zurückgegriffen werden [29], welches zur leichteren Implementierung in Form eines Polynoms fünfter Ordnung gebracht wurde. Der dynamische Einfluss auf das System kann jedoch nicht vernachlässigt werden, da die erste Knickfrequenz bei $\sim 1295\text{Hz}$ liegt; hier erfolgt eine Implementierung per normierter Übertragungsfunktion zusätzlich zu der abgebildeten Nichtlinearität.

Der Spannungs-Strom-Wandler (Abschnitt 4.3.3, S. 65) verhält sich nahezu als ideale spannungsgesteuerte Stromquelle und kann über ein Polynom dritter Ordnung abgebildet werden; die Dynamik kann hier vernachlässigt werden.

Mit der ausführlichen Beschreibung der Modellierung aller Einzelkomponenten kann ein Systemmodell für die untersuchte EMK-Waage erstellt werden. Hierzu wird auf die Erkenntnisse zur Diskretisierung und Schrittweitensteuerung aus Abschnitt 4.1 zurückgegriffen. Für das Starrkörpermodell (Abschnitt 4.3.5, S. 66) werden lediglich der Lageindikator und der Regler zeitlich diskretisiert, die Anbindung an die zeitkontinuierlichen Teile erfolgt mittels eines Sample-and-Hold-Gliedes. Die Schrittweite für das Starrkörpermodell wird aus Geschwindigkeitsgründen variabel gewählt, jedoch auf maximal $1 \cdot 10^{-4} \text{ s}$ beschränkt, was der Samplingzeitkonstante des Reglers entspricht. Auf Grund der festen Schrittweite der Lastschritte im FEM-Modell (siehe Abschnitt 4.3.6, S. 67) werden hier die nicht mechanischen Komponenten komplett zeitdiskret mit einer Samplingzeitkonstante von $1 \cdot 10^{-4} \text{ s}$ implementiert; das FEM-Modell führt zwischen den Lastschritten diverse Zeitschritte aus, um glatte Simulationskurven zu erhalten.

5 Charakterisierung der zu Validierungszwecken verwendeten Waage

Um ein physikalisches Modell zu validieren, ist ein möglicher Weg, signifikante Ergebnisse einer Simulation mit experimentell ermittelten Werten zu vergleichen. Dieser Vergleich zwischen mathematisch gewonnenen Größen und solchen, die experimentell ermittelt wurden, soll anhand des Beispiels der untersuchten Waagenmechanik erfolgen. In diesem Kapitel soll nun das Messsystem charakterisiert werden, auf dessen Basis die im vorangegangenen Kapitel vorgestellten physikalischen Modelle überprüft und verifiziert werden sollen.

5.1 Verwendete Messgeräte und Peripherie

Zu der untersuchten Wägezelle gehören werksseitig immer eine Analog- und eine Digitalelektronik. Die Analogelektronik umfasst die Abtastelektronik, die das Lagesignal verarbeitet, sowie die Lage-regelung. Auf der Digitalplatine erfolgt die Filterung und Verarbeitung der Rohdaten (siehe Abb. 5.1).

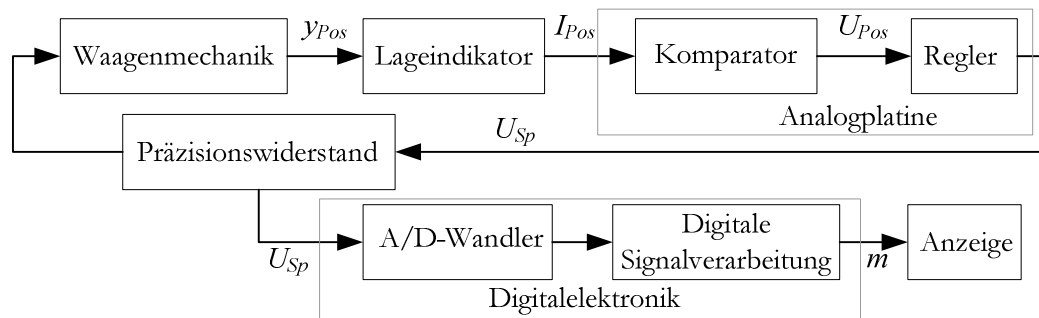


Abb. 5.1: Schematischer Aufbau eines Analogregelkreises

Um verschiedene digitale Reglerkonzepte zu testen und maximale Freiheit bei Signalverarbeitung und Regelung zu erhalten, wurde die untersuchte Wägezelle komplett von der dazugehörigen Elektronik getrennt und an deren Stelle mit einem für diesen Zweck erworbenen digitalen Echtzeitsystem von National Instruments angesteuert. Bei der Originalkonfiguration wird auf der Analogplatine aus den Signalen der Differenzphotodiode per Komparatorschaltung die Lageinformation ermittelt, welche direkt in den Regler eingespeist wird. Auch wird immer ein Spannungsregler realisiert. Das Reglersignal wird in die Spule der Waage eingespeist, in Reihe dazu liegt ein Referenzwiderstand. Die über diesem Referenzwiderstand abfallende Spannung wird mit einem A/D-Wandler

digitalisiert und hernach auf der Digitalplatine gefiltert und in ein Signal für die gewogene Masse, einen Wägewert, gewandelt, welcher an eine Anzeige übergeben wird. Auf diese Weise ist nur ein Bruchteil der verfügbaren Informationen zugänglich. Im Gegensatz hierzu wurde für den Einsatz des Echtzeitsystems die Konfiguration aus Abb. 5.2 gewählt.

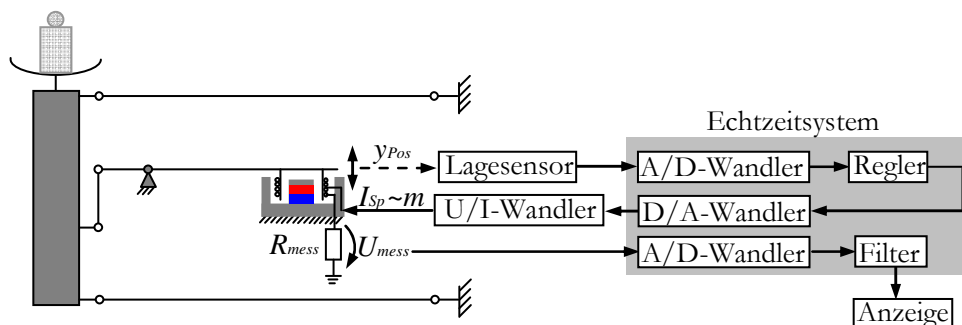


Abb. 5.2 Schematische Darstellung von Wägezelle und Peripherie

Die Signale der Differenzphotodiode werden mit einem am Institut für Prozessmess- und Sensortechnik entwickelten hochstabilen und rauscharmen Differenzverstärker zu einem Lagesignal gewandelt. Dieses Lagesignal wird mit einem A/D-Wandler digitalisiert und ist damit für ein Programm auf einem Echtzeitrechner verfügbar. In diesem Programm wird mit einem digitalen Regelalgorithmus aus dem Lagesignal ein neues Signal für die Spule errechnet. Über einen D/A-Wandler wird dieses Signal in eine Ausgangsspannung gewandelt. Da der maximale Strom, der von dem D/A-Wandler getrieben werden kann, nicht ausreicht, um die Waage für jede beliebige Last in die Nulllage zurückzuregeln, wurde ein Spannungs-Strom-Wandler entworfen. Dieser ist in der Lage, gesteuert von der Spannung des D/A-Wandlers, ausreichend große Ströme zu treiben. In diesem Spannungs-Strom-Wandler befindet sich ein Referenzwiderstand, der in Reihe zu der Spule des elektromagnetischen Antriebs geschaltet ist und damit von dem gleichen Strom durchflossen wird. Die abfallende Spannung wird ebenfalls über den A/D-Wandler digitalisiert, in dem Echtzeitprogramm gefiltert und in einen Wägewert gewandelt, gespeichert und zur Anzeige übertragen. Mit dieser Konfiguration können also im Gegensatz zu der käuflich erhältlichen Variante nicht nur Wägewerte gespeichert und angezeigt werden, sondern auch zeitlich synchron dazu die Lagesignale, das dazugehörige Reglersignal sowie die ungefilterten Werte des Stromes durch die Spule. Die gewählte Anpasselektronik ist zudem für die Realisierung eines Stromreglers ausgelegt. In [29] wurde gezeigt, dass für das dynamische Verhalten einer EMK-Waage ein Stromregler immer einem Spannungsregler vorzuziehen ist. Des Weiteren besteht durch die gewählte Hardware die Möglichkeit, die über der Spule abfallende Spannung ebenso wie beispielsweise Temperaturen in der Waage zu erfassen. Diese Menge an zusätzlich vorhandenen Daten erlaubt wesentlich profundere Rückschlüsse auf das Verhalten der Waage und liefert somit die Grundlage für Verbesserungen an allen Komponenten der Waage.

Ein weiterer Vorteil der erstellten Konfiguration besteht – wie bereits angeführt – darin, dass der Regler digital realisiert wird. Auf diese Weise ist eine größtmögliche Flexibilität bezüglich der An-

passung von Regelalgorithmen und -parametern erzielbar. Es können Reglerkonzepte wie beispielsweise Zustandsregler zur Anwendung kommen, die analog nicht realisierbar sind, und die Parameter können an die jeweilige Anwendung mittels geringer Änderungen der Software angepasst werden. Die Trennung zwischen Analog- und Digitalplatine, die werksseitig vorhanden ist, wird damit aufgehoben und eine engere Verzahnung von Regler- und Filteralgorithmen möglich.

Die Anforderungen an die Digitalelektronik, die aus diesem Konzept resultieren, werden in den folgenden Kapiteln ebenso diskutiert wie die nötigen analogen Anpassungsschaltungen. Nachfolgend werden die Eigenschaften der Waagenmechanik, des Lageindikators und des Spulenantriebs messtechnisch untersucht.

5.1.1 Digitalelektronik zur Ansteuerung der EMK-Waage

Als zentrale Einheit der Waagenregelung fiel die Wahl auf ein PXI-Echtzeitsystem von National Instruments (NI). Der PCI Extension for Istrumentation Standard stellt eine Erweiterung des PCI-Bussystems speziell für die Mess- und Automatisierungstechnik dar. Zusätzlich zu dem PCI-Bus (Peripheral Component Interconnect Datenbus) existieren bei dem PXI-Standard noch weitere Bussysteme zur Synchronisierung und Triggerung von Messkarten und Chipsatz. Das PXI-System (siehe Abb. 5.3) besteht aus einem PC mit zwei Prozessoren à 1,9 GHz (NI PXIe-8102 RT), auf dem ein proprietäres, echtzeitfähiges Betriebssystem läuft. Eine A/D- und D/A-Wandlerkarte (NI PXI 6289) kommuniziert über den PXI-Bus mit dem PC. Dieses System wurde ausgewählt, da es sich zu Beginn der Untersuchungen um das einzige kommerziell verfügbare System handelte, welches die Anforderungen bezüglich Auflösung, Messgeschwindigkeit und Echtzeitfähigkeit erfüllte.



Abb. 5.3: PXI-System

5.1.1.1 Anforderungen an A/D- und D/A-Wandler

Die Anforderungen an die Geschwindigkeit und die Auflösung von Wägeprozessen steigen stetig an. Steuert man Wägezellen über eine Digitalelektronik an, überträgt man diese Anforderungen direkt auf die verwendeten A/D- und D/A-Wandler.

Um das Einregeln im Bereich von wenigen 100 ms und somit eine *dynamische* Regelung realisieren zu können, muss eine möglichst große Abtastfrequenz gewährleistet werden. Mit dem hier verwen-

deten System können Schleifenzeiten von 0,1 ms realisiert werden, das entspricht Abtast- und Regelfrequenzen von 10 kHz. Typischerweise haben EMK-Waagen ihre erste mechanische Eigenfrequenz, die der Auf- und Abwärtsbewegung des Hebels entspricht, im Bereich von 2...20 Hz, höhere mechanische Moden, beispielsweise des Hebels, treten bis ca. 800 Hz auf. Die mechanische Bandbreite der untersuchten Wägezelle wird damit mit den realisierbaren Abtastfrequenzen hinreichend gut abgedeckt.

Betreibt man die untersuchte Wägezelle mit der dazugehörigen Analogelektronik, wird nach einer digitalen Filterung des Spulenstroms eine Auflösung und Reproduzierbarkeit von 2.200.000 Schritten erreicht (Maximallast 220 g, Auflösung ± 1 mg nach 0,25 s Wägezeit, maximale Auflösung $\pm 0,1$ mg). Das entspricht einer maximalen Auflösung von rund 21 bit. A/D- und D/A-Wandler mit einer Auflösung größer als 18 bit funktionieren zumeist nach dem Prinzip der Sigma-Delta-Wandlung. Damit können große Auflösungen erreicht werden, jedoch ist die Abtastfrequenz zumeist auf Frequenzen kleiner als 100 Hz beschränkt. Damit wird die Bandbreite der untersuchten Wägezelle nicht abgedeckt, eine dynamische Regelung ist nicht realisierbar.

Ein guter Kompromiss aus Abtastfrequenz und Auflösung konnte mit der gewählten Konfiguration realisiert werden: Die A/D bzw. D/A-Wandler der gewählten Messkarte NI 6289 liefern 18 bit bzw. 16 bit bei einer Mess- bzw. Ausgabefrequenz von 10 kHz. Da der Spulenstrom synchron zu der Abtastspannung ebenfalls gemessen wird, kann für beide Signale eine Auflösung von 18 bit realisiert werden. Durch die hohe Abtastfrequenz kann durch Filterung des gemessenen Spulenstroms in Abhängigkeit der Filterzeit die Auflösung nochmals um bis zu einer Größenordnung auf ebenfalls rund 0,1 mg erhöht werden.

Da die Qualität des ausgegebenen Spulenstroms direkt von der Qualität des D/A-Wandlers abhängt, muss dieser zusätzlich zu geringer Drift auch noch eine hohe Linearität über den gesamten Bereich aufweisen. Diese Forderung kann abgeschwächt werden, da der Anzeigewert aus dem gemessenen Spulenstrom berechnet wird. Damit ergibt sich die Forderung an den A/D-Wandler nach einer möglichst hohen Langzeitstabilität mit maximalen Driften in der Größenordnung der Auflösung.

5.1.2 Konfiguration der analogen Anpassungsschaltungen zwischen Digitalelektronik und EMK-Waage

Um den Anschluss zwischen der gewählten Digitalelektronik und der Wägezelle herzustellen, ist an zwei Stellen eine Anpasselektronik notwendig. Die Signale der Differenzphotodiode müssen in ein Lagesignal gewandelt werden; dies geschieht, wie bereits erwähnt, mittels einer rauscharmen und langzeitstabilen Auswertelektronik, welche am IPMS entwickelt wurde.

Ebenfalls wird ein Spannungs-Strom-Wandler benötigt, welcher die zum Regeln nötigen Ströme zur Verfügung stellt.

5.1.2.1 Eigenschaften des Lageindikators und der Auswertelektronik zur Positionsbestimmung

Zur statischen Charakterisierung der Auswertelektronik wurde folgende Vorgehensweise gewählt: Der Hebel der Spule wurde auf verschiedene Positionen zwischen den Anschlägen eingeregelt und die Verschiebung in y-Richtung mittels Interferometer bestimmt. Um Hystereseeffekte auszuschließen, wurde die Kennlinie mehrere Male in unterschiedlicher Richtung durchlaufen und über die Kurven gemittelt.

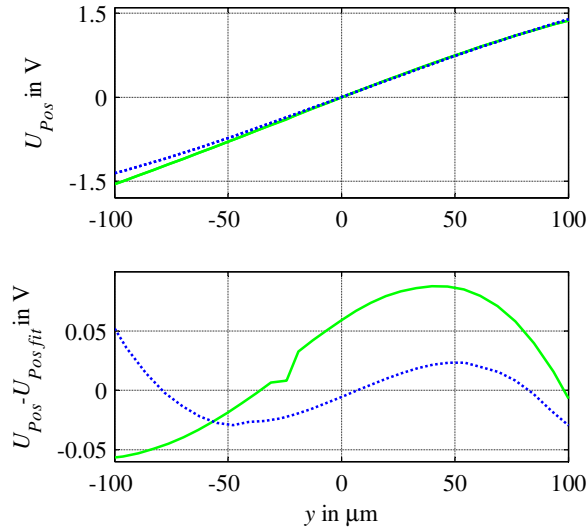


Abb. 5.4: Weg-Lagespannungs-Kennlinie von Waage Nr. 1 (grün durchgezogen) und Waage Nr. 2 (blau gepunktet) sowie deren Linearitätsabweichungen (unten)

Die gemessenen Kurven (Abb. 5.4 oben) sind annähernd linear, sie weisen eine maximale Linearitätsabweichung von 88 mV auf (Abb. 5.4 unten). Durch ein Polynom fünfter Ordnung können diese Nichtlinearitäten für beide Waagen sehr gut approximiert werden, siehe Gleichungen (5.1) und (5.2):

$$U_{Pos_Nr.1}(y) = 15,7 \frac{\text{mV}}{\mu\text{m}} \cdot y - 8,1 \frac{\mu\text{V}}{\mu\text{m}^2} \cdot y^2 - 123,1 \frac{\text{nV}}{\mu\text{m}^3} \cdot y^3 - 65,6 \frac{\text{pV}}{\mu\text{m}^4} \cdot y^4 + 1,3 \frac{\text{pV}}{\mu\text{m}^5} \cdot y^5 \quad (5.1)$$

$$U_{Pos_Nr.2}(y) = 15,0 \frac{\text{mV}}{\mu\text{m}} \cdot y + 0,7 \frac{\mu\text{V}}{\mu\text{m}^2} \cdot y^2 - 132,0 \frac{\text{nV}}{\mu\text{m}^3} \cdot y^3 + 82,9 \frac{\text{pV}}{\mu\text{m}^4} \cdot y^4 + 0,8 \frac{\text{pV}}{\mu\text{m}^5} \cdot y^5 \quad (5.2)$$

Die Untersuchung der Dynamik von Lageindikator und Auswertelektronik wurde bereits kurz in Kapitel 4.3.2 erläutert: Durch Einspeisen eines PRBS-Stroms mit 0...10 mA wird die LED bei dejustierter Schlitzblende zum Blinken gebracht. Das daraus resultierende Differenzsignal wird ebenso wie der Erregerstrom mit 100 kHz aufgezeichnet und damit das Übertragungsverhalten der Auswertelektronik geschätzt (siehe Abb. 5.5). Da die Kennlinie zwischen Weg- und Lagespannungs-Signal bereits in das Modell implementiert ist, wird die Übertragungsfunktion auf den

Gleichsignalwert normiert. Die ermittelte Bandbreite ist mit $\sim 1,3$ kHz so gering, dass der dynamische Einfluss auf die Waage nicht vernachlässigt werden kann.

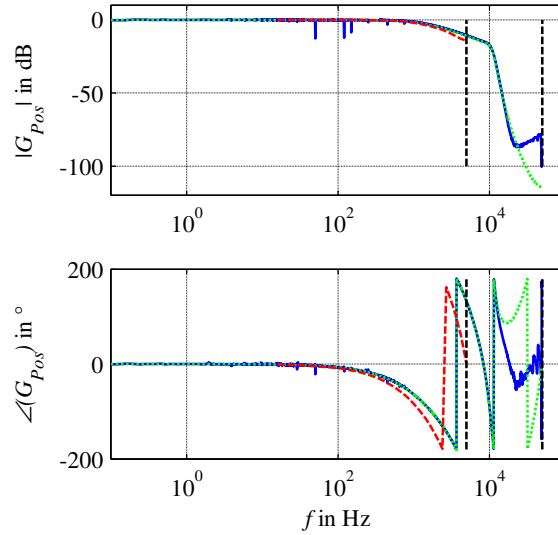


Abb. 5.5: Auf den Gleichsignalwert normierte gemessene (blau durchgezogen) und die geschätzten (rot gestrichelt – 10 kHz, grün gepunktet – 100 kHz) Übertragungsfunktionen der Abtastelektronik; vertikal markiert sind die Nyquistfrequenzen für 10 bzw. 100 kHz

Zur Implementierung dieses Verhaltens in ein Modell wird eine Übertragungsfunktion mit neun Polen und Nullstellen geschätzt (5.3). Das Pol-Nullstellenmodell bildet auf Grund seiner begrenzten Ordnung das Verhalten nur bis ~ 20 kHz korrekt ab, was jedoch für die Bandbreite der übrigen Systemkomponenten mehr als ausreichend ist.

$$G_{Pos}(z, T_S = 1 \cdot 10^{-5} \text{ s}) = \frac{z^7 \cdot (z - (1,577 \pm i \cdot 1,125))^2}{(z - 0,922) \cdot (z - (0,824 \pm i \cdot 0,134))^2 \cdot (z - (0,776 \pm i \cdot 0,328))^2 \cdot (z - (0,737 \pm i \cdot 0,506))^2 \cdot (z - (0,700 \pm i \cdot 0,598))^2} \quad (5.3)$$

Zur Implementierung in die Modelle wurde, wie in Abschnitt 4.3.2 beschrieben, eine weitere Reduktion auf die Bandbreite des Reglers (10 kHz) vorgenommen (5.4):

$$G_{Pos}(z, T_S = 1 \cdot 10^{-4} \text{ s}) = \frac{z \cdot (z + 2740, 0) \cdot (z + 3, 0)}{(z - 0,443) \cdot (z + (0,008 \mp i \cdot 0,165))} \quad (5.4)$$

Aus Abb. 5.5 ist ersichtlich, dass durch die Reduktion der Bandbreite eine geringe Verschiebung der Amplitude und der Phase gegenüber der gemessenen bzw. mit 100 kHz geschätzten Übertragungsfunktion auftritt. Diese Verschiebung ist recht gering und kann damit ignoriert werden.

5.1.2.2 Eigenschaften des Spannungs-Strom-Wandlers zur Erzeugung des notwendigen Spulenstroms

Der D/A-Wandler auf der oben erwähnten Messkarte NI 6289 ist auf die Wandlung von Spannungen ausgelegt; um die Waage zu regeln, wird jedoch ein Strom benötigt. Der zur Verfügung stehen-

de Maximalstrom von ± 5 mA reicht zudem nicht aus, um die zum Ausregeln der Waage notwendige Kraft zu erzeugen. Der U/I-Wandler übernimmt die Funktion eines Stromtreibers: Hiermit kann ein der ausgegebenen Spannung proportionales Stromsignal der nötigen Größe erzeugt werden. Bei einer Betriebsspannung von ± 12 V wird mit einer Eingangsspannung von ± 2 V ein Ausgangsstrom von ± 20 mA erzeugt (siehe Abb. 5.6 oben).

Um mögliche Nichtlinearitäten im Regelkreis zu minimieren, sollte der U/I-Wandler über eine möglichst lineare statische Kennlinie verfügen. Die hier erreichte Linearitätsabweichung beträgt weniger als $10 \mu\text{A}$ (siehe Abb. 5.6 unten), die Nichtlinearität kann sehr gut durch eine quadratische Funktion abgebildet werden:

$$I_{Sp}(U_R) = 3,069 \frac{\mu\text{A}}{\text{V}^2} \cdot U_R^2 + 10,064 \frac{\text{mA}}{\text{V}} \cdot U_R + 0,190 \text{mA} \quad (5.5)$$

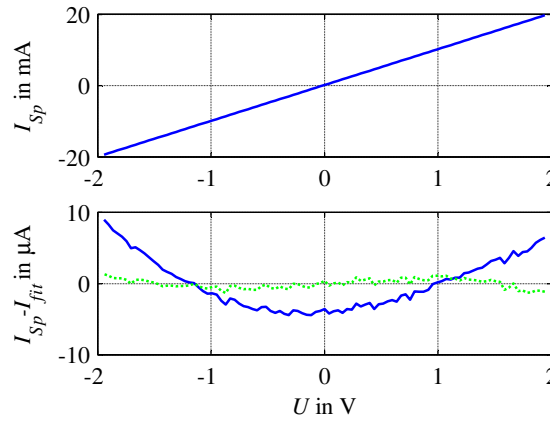


Abb. 5.6: Statische Kennlinie des Spannungs-Strom-Wandlers (oben) sowie Abweichung der Messung von den Ausgleichsfunktionen (unten): Abweichung von linearem Fit (blau durchgezogen) bzw. von quadratischem (grün gepunktet)

Driftuntersuchungen an dem Spannungs-Strom-Wandler ergaben für eine Messzeit von 120 min bei einer Eingangsspannung von 1 V eine maximale Drift von $5,5 \mu\text{A}$.

Um die Dynamik der Waage nicht zu begrenzen, darf die Bandbreite des Spannungs-Strom-Wandlers nicht kleiner als die gewünschte Bandbreite des geregelten Systems sein.

Die ermittelte Bandbreite ist so groß, dass sie mit der gewählten Hardware keine Begrenzung darstellt. Bei einer maximalen Frequenz von 10 kHz, die durch das PXI-System vorgegeben wird, wird der Strom gegenüber Gleichsignalverhalten lediglich um 0,65 dB verstärkt. Zur Messung des Amplituden- und Phasenfrequenzganges aus Abb. 5.7 wurde ein PRBS-förmiges Spannungssignal mit $n = 20$ und $a = 0,5$ V sowie einer Samplingfrequenz von $f_s = 100$ kHz in den Spannungs-Strom-Wandler eingebracht. An den Ausgang des Wandlers wurde ein Exemplar der Wägezelle angeschlossen. Um eine Rückwirkung in Form von Bewegungsinduktion durch die Mechanik auf den Wandler zu unterdrücken, wurde die Bewegung des Hebels und der Spule relativ zu dem Magnet-system durch zwei Schrauben unterbunden. Aus der synchron erfassten Eingangsspannung und der

Spannung über den Referenzwiderstand des Spannungs-Strom-Wandlers kann, wie in Kapitel 2.4.2 und 2.4.3, S. 24 ff. erläutert, der Amplituden- und Phasenfrequenzgang geschätzt werden.

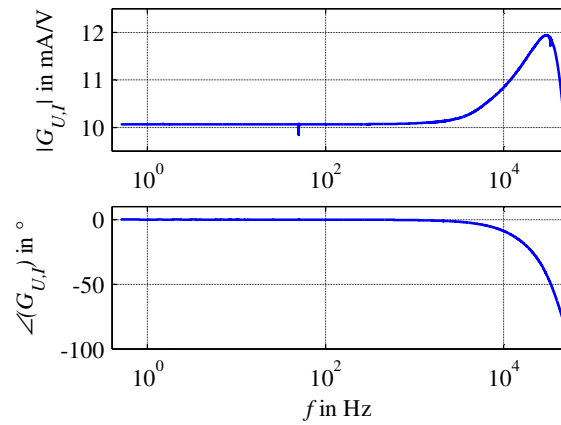


Abb. 5.7 Amplituden- und Phasenfrequenzgang des U/I-Wandlers

5.2 Charakterisierung der mechanischen und elektromagnetischen Eigenschaften der EMK-Waage

5.2.1 Statische Charakterisierung der Waagenmechanik

Für die statische Charakterisierung der Waage eignet sich die Federkonstante. Diese könnte auch als Empfindlichkeit bezeichnet werden, da sie eine Massendifferenz an der Waagschale mit einer Lageänderung des Hebels in Relation setzt.

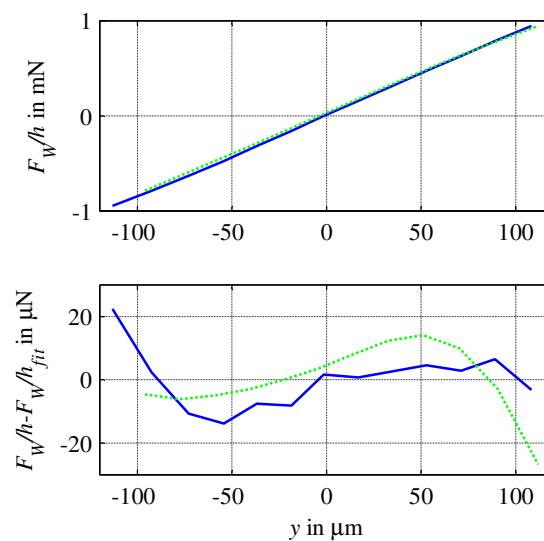


Abb. 5.8: Oben: Federkonstante der Waage Nr. 1 (grün gepunktet) und Nr. 2 (blau durchgezogen), Unten: Linearitätsabweichung der Federkonstanten

Für die Bestimmung der Federkonstanten kommt die in Kapitel 4.3.1.1, Gleichung (4.32), S. 63 beschriebene Vorgehensweise zum Einsatz: Die Waage wird durch Aufstapeln von Massestücken bei Spulenstrom $I_{Sp} = 0$ A so weit austariert, dass der Hebel frei beweglich ist, sich jedoch rund „auf halbem Weg“ zwischen unterem Anschlag und der Nulllage befindet. Durch Auflegen weiterer Massestücke (im Fall der untersuchten Waagen immer 200 mg) bewegt sich der Waagenhebel weiter aufwärts, bis er rund die Hälfte der Strecke zwischen Nulllage und oberem Anschlag erreicht hat. Unter Berücksichtigung von Gleichung (5.1), S. 75 kann aus der Lagespannung eine Verschiebung berechnet werden. Mit der Kenntnis des Hebelverhältnisses $h = 12,44$ für die untersuchte Waage sind alle Parameter aus Gleichung (4.32) bekannt. Die Federkonstante ergibt sich damit für Waage Nr. 1 zu $k_{W1} = 8,4$ N/m, für Waage Nr. 2 zu $k_{W2} = 8,6$ N/m. Die maximale Linearitätsabweichung der Federkonstanten beträgt hierbei ~ 20 μN (siehe Abb. 5.8 unten) und kann damit ohne großen Fehler für weitere Betrachtungen vernachlässigt werden.

5.2.2 Dynamische Charakterisierung der Waagenmechanik

Für die Systemidentifikation wurde vorgegangen, wie in Kapitel 2.4.2 und 2.4.3, S. 24 ff. theoretisch erläutert: Die Waagenmechanik wurde durch Einspeisen eines Spulenstroms für verschiedene Massen auf der Waagschale (0 g, 100 g, 200 g) in die Gleichgewichtslage gebracht. Auf dieses Gleichsignal wurde ein PRBS mit $n = 18$ und $a = 0,5$ mA aufmoduliert. Als Samplingfrequenz wurde $f_S = 10$ kHz gewählt. Damit wird ein Frequenzbereich von 0,05 ... 5000 Hz überstrichen. Mit der gewählten Amplitude des Stroms wird eine maximale Auslenkung des Hebels auf 75 % des maximalen Bewegungsbereichs erzielt. Für die Schätzung des Amplituden- und Phasenfrequenzganges wurde synchron die Spannung über den Referenzwiderstand des U/I-Wandlers und damit der Spulenstrom als Eingangssignal sowie das Signal des Lageindikators aufgezeichnet. Da die Weg-Lagespannungs-Kennlinie des Lageindikators aus Abschnitt 5.1.2.1 bekannt ist, kann unter der Annahme, dass die Dynamik des Lageindikators erst sehr hohe Resonanzfrequenzen des mechanischen Systems bedämpft, die zeitabhängige Position des Hebels ermittelt werden. Ist die Hebelposition und damit der exakte Koppelfaktor bekannt, kann damit und mit dem gemessenen Spulenstrom die Kraft bestimmt werden, die auf den Hebel wirkt. Aus den gemessenen Werten wird mit Gleichung (2.52), S. 25 das Kraft-Weg-Frequenzverhalten der untersuchten Waage ermittelt.

5.2.2.1 Massenunabhängigkeit des Amplitudenfrequenzganges der untersuchten EMK-Waage

Einfache Feder-Masse-Dämpfer-Systeme haben die Eigenschaft, dass sich ihre erste mechanische Eigenfrequenz ω_0 in Abhängigkeit der Masse m und der Federkonstanten k ändert:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (5.6)$$

Da die Mechanik einer EMK-Waage in sehr reduzierter Form als Feder-Masse-Dämpfer-System modelliert werden kann [29], [41], [42], wurde die Systemidentifikation für verschiedene Massen auf der Waagschale durchgeführt. Diese Untersuchungen haben gezeigt, dass der Amplituden- und Phasenfrequenzgang unter 300 Hz weitestgehend unabhängig von der aufgelegten Masse ist (siehe Abb. 5.9).

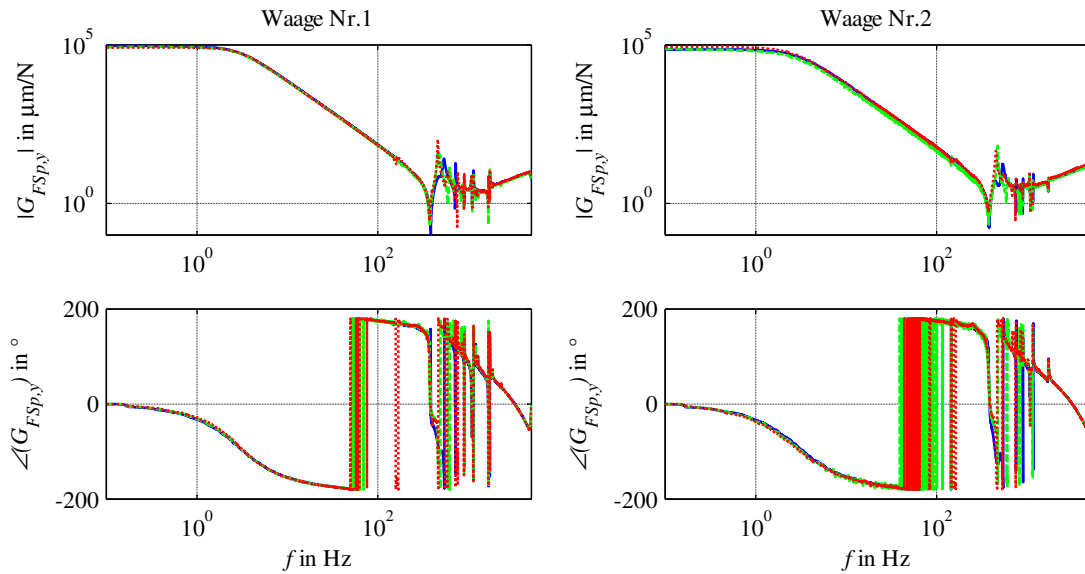


Abb. 5.9 Amplitudenfrequenzgang der Waagen Nr.1 und Nr.2 für minimale (blau durchgezogen), mittlere (grün gestrichelt) und maximale (rot gepunktet) Last

Dieser Effekt ist darauf zurückzuführen, dass die Waage eine große mechanische Hebelübersetzung in Zusammenhang mit großen Massen in weitem Abstand vom Drehpunkt besitzt. Die zugeladene Masse ändert das wirkende Massenträgheitsmoment nur geringfügig, die erste Eigenfrequenz des Systems wird damit im zulässigen Messbereich nahezu massenunabhängig. Diese Beobachtung ist analytisch leicht erklärbar: Die Waagenmechanik ist auf zwei Massen an Hebelarmen reduzierbar, die sich um einen gemeinsamen Drehpunkt bewegen (siehe Abb. 5.10).

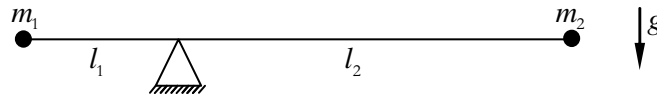


Abb. 5.10: Reduziertes Modell zur Beschreibung des dynamischen Verhaltens einer EMK-Waage

Im statischen Gleichgewicht kann das System zu Gleichung (5.7) zusammengefasst werden.

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{l_1 \cdot m_1 \cdot g}{l_2 \cdot m_2 \cdot g} \quad (5.7)$$

Die Masse an der Waagschale m_1 ist damit äquivalent zu der Masse an der Hebelseite m_2 mal dem Hebelverhältnis $h = l_2/l_1$.

Die Eigenfrequenz ω_0 des ungedämpften Torsionsschwingers berechnet sich zu Gleichung (5.8):

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k_{rot}}{J}} = \sqrt{\frac{k_{rot}}{m_1 \cdot l_1^2 + m_2 \cdot l_2^2}} = \sqrt{\frac{k_{rot} / l_1^2}{m_1 + m_2 \cdot h^2}} \quad (5.8)$$

Damit wird deutlich, dass die Hebellänge erheblich mehr Einfluss auf die erste Eigenfrequenz des Systems hat als die aufgelegte Masse m_1 . Je größer das Hebelverhältnis $h = l_2/l_1$ wird, desto unemp-

findlicher gegenüber Masseänderungen an der Waagschale reagiert das System. Die Änderung der Eigenfrequenz $\Delta\omega_0$ – bedingt durch eine Änderung Δm_1 oder Δm_2 – berechnet sich zu (5.9)

$$\Delta\omega_0 = \sqrt{\frac{k_{rot} / l_1^2}{m_1 + m_2 \cdot h^2}} - \sqrt{\frac{k_{rot} / l_1^2}{m_1 + \Delta m_1 + m_2 \cdot h^2}} = \sqrt{\frac{k_{rot} / l_1^2}{m_1 + m_2 \cdot h^2}} - \sqrt{\frac{k_{rot} / l_1^2}{m_1 + \Delta m_2 \cdot h^2 + m_2 \cdot h^2}} \quad (5.9)$$

Hieraus ist ersichtlich, dass für eine Änderung der Eigenfrequenz um $\Delta\omega_0$ die Änderung der Masse an der Waagschale Δm_1 das h^2 -fache einer Änderung der Masse am Hebel Δm_2 betragen muss.

5.2.3 Charakterisierung des Spulenantriebs der EMK-Waage

Um den Spulenantrieb zu charakterisieren, benötigt es drei Werte: den Gleichstromwiderstand der Spule, die Induktivität sowie den Koppelfaktor. Der ohmsche Widerstand der Spule wurde in 4-Leiter-Schaltung mit dem Präzisionsmultimeter Agilent 3468A [1] für zwei Waagen unterschiedlicher Chargen bestimmt. Die Induktivität wurde ebenfalls in 4-Leiter-Schaltung mit einem LC-Meter von Hioki [31] bei einer Messfrequenz von 1 kHz bestimmt. Hierfür wurde der Waagenhebel abermals mit Hilfe zweier Gewindestifte relativ zu der Spule fixiert. Auch hier wurden die Werte für zwei Waagen unterschiedlicher Chargen bestimmt (siehe Tabelle 8).

Tabelle 8: Widerstand und Induktivität der untersuchten Spulen

Waage Nr.	Widerstand in Ω	Induktivität in mH
1	166,657	31,36
2	161,192	29,88

Der Koppelfaktor wird, wie in Kapitel 4.3.1.1, Gleichung (4.32), S. 63 beschrieben, in Abhängigkeit der Lage bestimmt. Wie aus Abb. 5.11 ersichtlich ist, ist für beide Waagen der Koppelfaktor gut durch eine parabolische Kennlinie annäherbar. Dennoch weicht die Kurve von der Form ab, die bereits in diversen Arbeiten veröffentlicht wurde ([48], [64]). In diesen Arbeiten fällt das Magnetfeld parabolisch und symmetrisch um die Nulllage herum ab. Das dies hier nicht der Fall ist, lässt sich dadurch erklären, dass der Eisenrückschluss des Magneten nur in Form eines dünnen Bleches ausgeführt ist, wodurch ein stärkeres Streuen des Feldes in y-Richtung zu beobachten ist. Laut Zeichnungsunterlagen befindet sich die Spule in der Nulllage nicht symmetrisch um die Polplatte herum, was ebenfalls zu dem gemessenen Verhalten beiträgt. Die beiden Kennlinien können mit den folgenden Approximationen gut beschrieben werden:

$$B \cdot l_{Waage1}(y) = -0,8857 \frac{\mu\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}^2} y^2 + 0,2111 \frac{\text{mN}}{\text{A} \cdot \text{m}} y + 22,1896 \frac{\text{N}}{\text{A}} \quad (5.10)$$

$$B \cdot l_{Waage2}(y) = -1,0511 \frac{\mu\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}^2} y^2 - 0,1812 \frac{\text{mN}}{\text{A} \cdot \text{m}} y + 22,0858 \frac{\text{N}}{\text{A}} \quad (5.11)$$

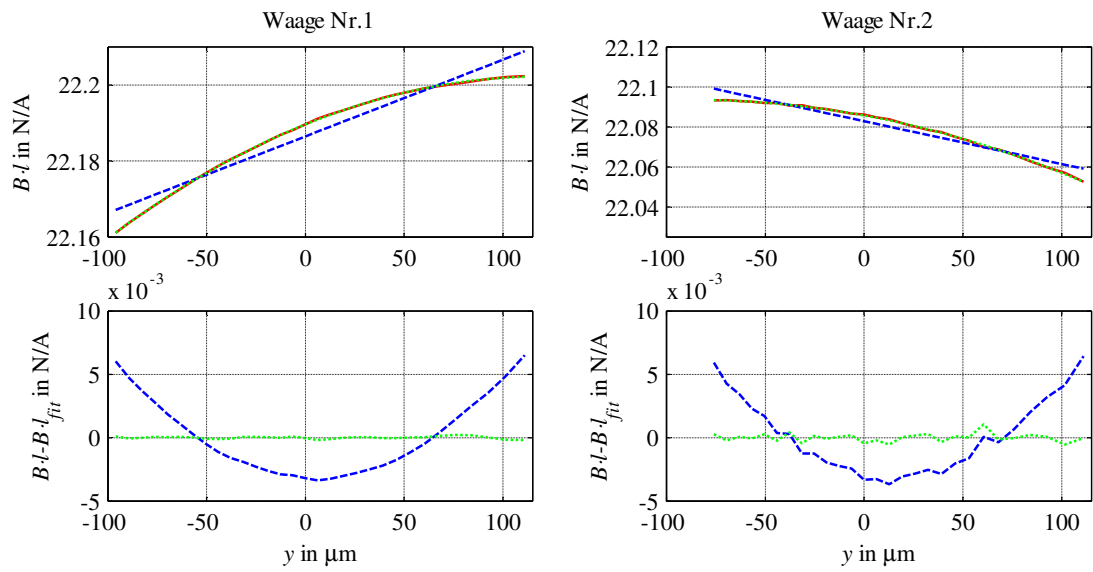


Abb. 5.11 Koppelfaktor beider Waagen. In den oberen Graphen rot durchgezogen dargestellt ist der aus Messungen bestimmte Koppelfaktor, eine lineare Approximation wird blau gestrichelt gekennzeichnet, die quadratische Approximation grün gepunktet. In den unteren Graphen dargestellt ist die Abweichung zwischen linearer Kennlinie und Messwerten (blau gestrichelt) sowie zwischen der quadratischen Kennlinie und den Messwerten (grün gepunktet).

5.3 Charakterisierung des eingesetzten Reglers

Zum Betrieb einer elektromagnetisch kraftkompensierten Waage wird ein Regler benötigt. Dieser Regler verändert den Strom durch die Spule – und damit die wirkende elektromagnetische Kraft – so lange, bis der Waagenhebel in seine mechanische Nulllage zurückkehrt und das Abtastsignal verschwindet. Hierfür kommt, wie bereits in Kapitel 4.3.4, S. 66 kurz erwähnt, ein PIDT1-Regler zum Einsatz. Hierbei handelt es sich um einen konventionellen PID-Regler, welcher um ein zusätzliches Tiefpassglied erweitert wird. Ein PIDT1-Regler setzt sich damit aus vier Anteilen zusammen: einem Proportionaleinteil P, einem integrierenden Anteil I, einem differenzierenden Anteil D und besagtem Tiefpassglied.

Die Übertragungsfunktion des PIDT1-Reglers im Laplacebereich kann damit durch zwei äquivalente Darstellungsformen, übereinstimmend mit den Blockdiagrammen in Abb. 5.12, gegeben werden:

$$G_{PID}(\mathcal{J}) = k_p + \frac{k_I}{\mathcal{J}} + \frac{k_D \mathcal{J}}{1 + \mathcal{J}T_1} = k_p \left(1 + \frac{1}{T_I \mathcal{J}} + \frac{T_D \mathcal{J}}{1 + \mathcal{J}T_1} \right) \quad (5.12)$$

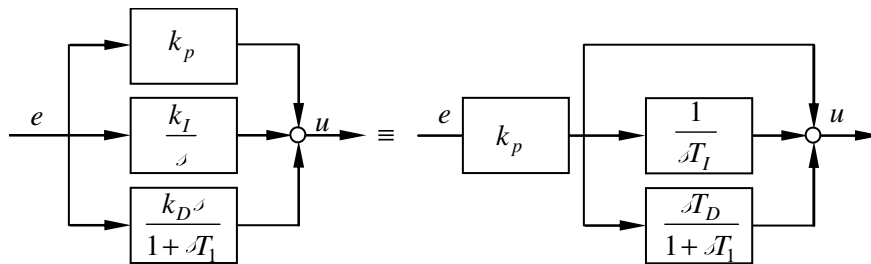


Abb. 5.12 Schematischer Aufbau eines PIDT1-Reglers mit dem Proportionalfaktor k_p , der Integrationszeitkonstanten T_I , dem Tiefpassglied mit der Zeitkonstanten T_1 sowie der differenzierenden Zeitkonstanten T_D bzw. den resultierenden Konstanten k_I sowie k_D

Der P-Anteil gibt das Eingangssignal mit einem Faktor k_p gewichtet wieder aus und sorgt damit für einen schnellen Abbau einer Störgröße z , welche auf das System wirkt, kann aber eine bleibende Regelabweichung e nicht verhindern. Um diese Regelabweichung zu null zu machen, kommen der integrierende und der differenzierende Anteil hinzu. Der I-Anteil hat einen glättenden Einfluss und führt zu einer Stellgrößenänderung, solange eine Regelabweichung e vorhanden ist. Der D-Anteil wird durch die Veränderung der Regelabweichung bestimmt: Je größer die Änderung der Regelabweichung ist, desto größer ist der Beitrag des D-Anteils an der Stellgröße. Das T1-Glied dient als Filter für Frequenzen, die jenseits der Knickfrequenz f_{T1} liegen. Diese werden mit 20 dB/Dekade bedämpft.

5.3.1 Entwurf und Implementierung des Reglers

Für den Reglerentwurf werden zur leichteren Anpassung der Verstärkung des Reglers das Verhalten von Spannungs-Strom-Wandler und Lageindikator von Anfang an mit in die Übertragungsfunktion der Waage integriert. Die Spannung, mit der der Spannungs-Strom-Wandler gespeist wird, wird das Eingangssignal der Übertragungsfunktion, die Lagespannung des Lageindikators das Ausgangssignal (siehe Abb. 5.13).

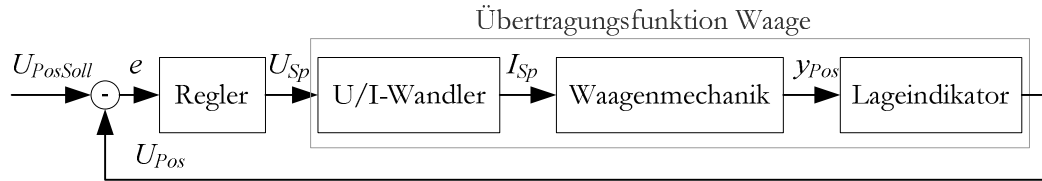


Abb. 5.13: Zusammenfassung der Einzelübertragungsfunktionen zur Gesamtübertragungsfunktion der Waage

Zunächst erfolgt die Wahl der Integrierenden und die Differenzierenden Zeitkonstante so, dass damit die zwei Hauptzeitkonstanten der Waage T_{W1} und T_{W2} kompensiert werden (5.13).

$$T_N = (T_{W1} + T_{W2}) \quad T_V = \frac{T_{W1} \cdot T_{W2}}{T_{W1} + T_{W2}} \quad (5.13)$$

Die Übertragungsfunktion des offenen Kreises aus Regler und Waage wird damit im niederfrequenten Bereich zu einem reinen I-Glied. Die Hebelresonanz bei ~ 475 Hz (siehe Abb. 5.9, S. 81 und Abb. 5.14) wird durch das T1-Glied bedämpft. Die Knickfrequenz f_{T1} wird dafür so definiert, dass das Maximum der Resonanz unter der 0-dB-Linie liegt. Zuletzt wird die Verstärkung so angepasst, dass die gewünschte Bandbreite des geschlossenen Kreises erreicht wird und die Resonanz nicht die 0-dB-Linie überschreitet.

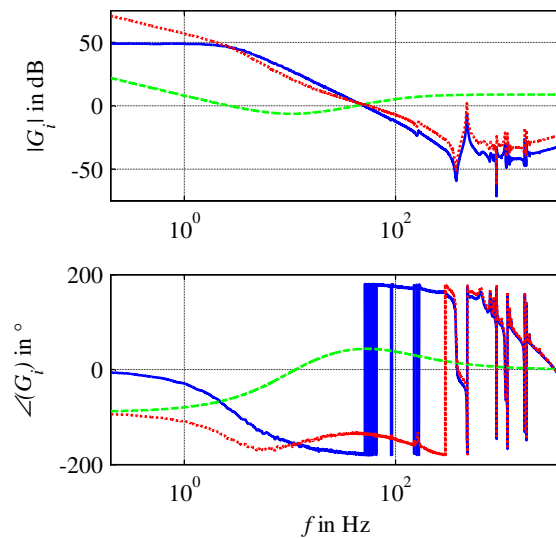


Abb. 5.14: Übertragungsfunktion G_i von $i = 1$ – Waage (blau durchgezogen), $i = 2$ – Regler (grün gestrichelt), $i = 3$ – offener Kreis (rot gepunktet)

Durch leichte Variationen der gewählten Parameter kann das Reglerverhalten in Richtung schnelleren Einschwingverhaltens und stärkerer Schwingung des Spulenstroms bzw. langsameren Einschwingverhaltens und glatteren Messsignalverlaufs angepasst werden.

In Abb. 5.14 ist die Reglerkonfiguration dargestellt, mit der die Waagen zu Validierungszwecken betrieben wurden, und die ebenfalls in die Simulationen implementiert wurde.

Um leichter zwischen verschiedenen Reglerkonfigurationen umschalten zu können, wurde in dieser Arbeit kein analoger, sondern ein digitalisierter Regler verwendet. Dieser Regler unterscheidet sich durch die Struktur und Funktionsweise nicht von einem analogen Regler, lediglich die Parameter können völlig frei gewählt werden. Die Diskretisierung erfolgte, wie bereits in Kapitel 4.1.3, S. 39 beschrieben, per bilinearer Transformation mit einer Zeitkonstante von 0,1 ms. Die Implementierung in das Echtzeitprogramm erfolgte in Form eines Polynomreglers:

$$G_{PIDT1}(z) = \frac{-2,709 + 5,382 \cdot z^{-1} - 2,674 \cdot z^{-2}}{1 - 1,928 \cdot z^{-1} + 0,928 \cdot z^{-2}} \quad (5.14)$$

5.4 Aufbringung von Lastwechseln

Aus regelungstechnischer Sicht stellt ein Lastwechsel eine Störung der Waage dar. Die Auslenkung des Hebels aus der Nulllage gilt es möglichst schnell wieder zu null zu regeln, die Änderung der Stellgröße (Spulenstrom) soll möglichst schnell einen stationären Wert erreichen.

Um die Abstimmung des Reglers zu überprüfen, ist es also nötig, eine definierte Störung in das System einzuspeisen. Zwei Ansätze hierzu werden in den folgenden Abschnitten beleuchtet: mittels Einsatz eines elektromagnetischen Lastwechslers (EM-Lastwechsler) bzw. durch pneumatisch betriebenes Abheben und Aufsetzen von Gewichtsstücken.

5.4.1 Entwicklung eines elektromagnetisch wirkenden Lastwechslers

Wie in Kapitel 5.2.2.1, S. 80 gezeigt wurde, ist die erste Eigenfrequenz des Systems nahezu unabhängig von der aufgelegten Masse. Diese Eigenschaft ermöglicht „masselose“ Lastwechsel. Basierend auf dieser Erkenntnis wurde ein neuartiges Konzept des Lastwechsels entwickelt: durch Einspeisung einer elektromagnetischen Kraft.

Bei masselosen Lastwechseln genügt es, eine der Masse äquivalente Kraft auf die Waagschale aufzubringen. Die Kraft kann beispielsweise berührungslos mit einem Aufbau wie in Abb. 5.15 übertragen werden. Dazu wird ein Permanentmagnet auf die Waagschale gestellt. Eine Tauchspule wird an einem möglichst steifen Gestell so darüber gehalten, dass sie in das Magnetfeld des Topfmagneten eintaucht. Der Spulenstrom erzeugt eine elektromagnetische Kraft wie in Gleichung (5.15), welche auf den Magneten und damit auf die Waagschale wirkt.

$$F_{EM}(t) = I_{EM}(t) \cdot I_{SpuleExtern} \cdot B_{MagnetExtern}(y) \quad (5.15)$$

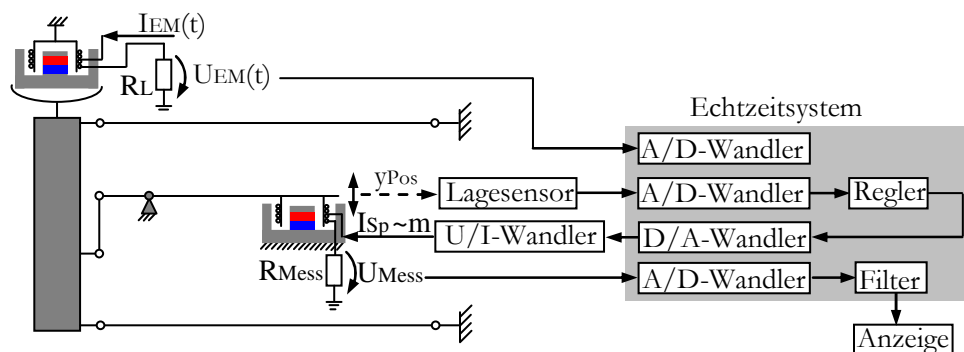


Abb. 5.15 Schematische Darstellung zur Einleitung einer externen elektromagnetischen Kraft

Zusätzlich zu der elektromagnetischen Kraft wirkt noch eine Vorlast durch die Masse des Topfmagneten. Diese kann durch negative Bestromung der Spule kompensiert werden, wenn der Betrag der erzeugten elektromagnetischen Kraft größer als die Gewichtskraft des Topfmagneten ist. Die

Auswahl dieses elektromagnetischen Antriebes sollte so erfolgen, dass die Vorlast durch den Magneten nicht die zulässige Vorlast des Systems übersteigt. Die maximal erzeugbare Kraft ist beschränkt durch den Maximalstrom, welcher von der Stromquelle zur Verfügung gestellt werden kann, ebenso durch den Kraftkopplungsfaktor $I_{SpuleExtern} \cdot B_{MagnetExtern}$, welcher durch den Magneten und die Dimensionen der Spule bestimmt wird. Der realisierte Aufbau ist in Abb. 5.16 dargestellt.

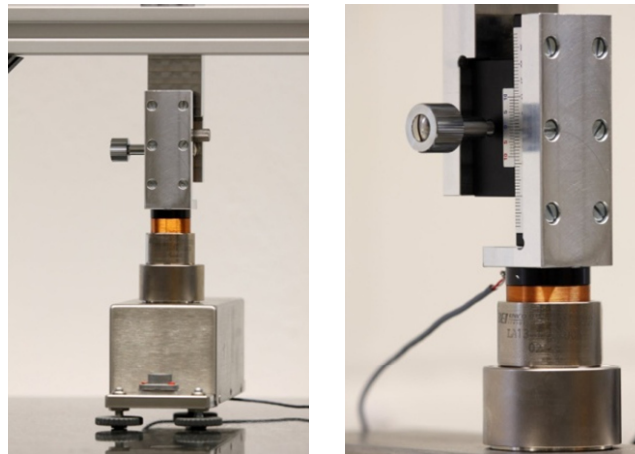


Abb. 5.16 Aufbau zur Realisierung eines EM-Lastwechslers wie in Abb. 5.15

In diesem Fall wurde ein elektromagnetischer Antrieb von Bei Kimco Magnets [6] gewählt, bei dem die Vorlast durch den Magneten relativ genau dem halben Messbereich (97,8 g) entspricht; die realisierbare Kraft mit der verwendeten Stromquelle (HP 3245A [28]) entspricht ebenfalls dem halben Messbereich ($\pm 0,98$ N); damit kann theoretisch jede beliebige Kraft zwischen Nulllast und Maximallast erzeugt werden. Praktisch ist es nicht empfehlenswert, die elektromagnetische Kraft so groß zu wählen, dass sie die Gewichtskraft des Magneten kompensiert. Da der Luftspalt zwischen Topfmagnet und Spule recht groß ist, wird der Magnet nicht geführt, und es kann kein deterministisches Abheben des Magneten von der Waagschale realisiert werden. Für saubere Lastwechsel ist es also günstiger, eine negative Maximalkraft von $\sim -0,8$ N nicht zu unterschreiten, bei der der Kontakt zwischen Magnet und Waagschale sicher erhalten bleibt, es sei denn, es besteht eine Möglichkeit zur Befestigung des Magneten auf der Waagschale.

Vorteilhaft an dieser Form des Lastwechselns ist, dass nahezu jeder beliebige Kraftverlauf erzeugt werden kann. Die Dynamik der Lastwechsel ist lediglich durch die Dynamik und die Bandbreite der Stromquelle begrenzt. Ein maximal möglicher Stromsprung von 200 mA erreicht nach 0,7 ms stabil seinen Endwert, bei einem Stromsprung von 100 mA ist der Endwert bereits nach 0,1 ms sicher erreicht (siehe Abb. 5.20 unten rechts). Der daraus resultierende Kraftsprung kann damit als (nahezu) ideal betrachtet werden. Auch sind die Lastwechsel sehr gut reproduzierbar und automatisierbar. Eine Kalibrierung von Wägesystemen kann ohne aufwändiges und zeitraubendes Wechseln von Massestücken ausgeführt werden. Des Weiteren wird damit eine Kalibrierung von Kraftsensoren, die Kräfte aufnehmen, die nicht in Richtung der Schwerkraft wirken, möglich. Ein weiterer,

sehr großer Vorteil ergibt sich dadurch, dass durch Messung der Spannung $U_{EM}(t)$, die über einem Widerstand abfällt, der in Reihe zu der Spule geschaltet ist, erstmalig eine exakte zeitliche und quantitative Korrelation zwischen der Kraft $F_{EM}(t)$, welche auf die Waagschale wirkt, und den bekannten Größen in der Wägezelle $y_{Pos}(t)$ und $I_{Sp}(t)$ hergestellt werden kann.

5.4.1.1 Statische Charakterisierung des EM-Lastwechslers

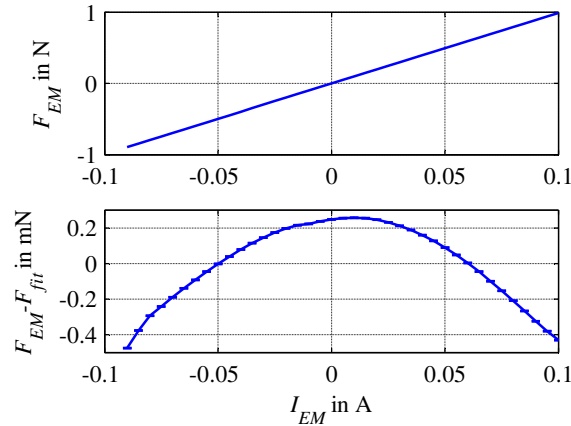


Abb. 5.17: Erzeugte Elektromagnetische Kraft in Abhängigkeit von eingespeistem Spulenstrom (oben) sowie die Linearitätsabweichung der Kennlinie (unten) mit Standardabweichung der Kraft über zehn Messungen

Die Kraft, welche durch die Anordnung erzeugt wird, hängt idealerweise linear von dem eingespeisten Strom ab. Um diese Kennlinie zu charakterisieren, wurde der Permanentmagnet auf der Waagschale einer Präzisionswaage (Sartorius BP211D, 210 g Messbereich, 0,01 mg Auflösung [68]) positioniert und die Spule so lange in y-Richtung verschoben, bis für einen bestimmten Strom (Maximalstrom) die Waage die maximale Masse anzeigte. In Abb. 5.17 wird die Kennlinie dargestellt, die das Verhältnis von Kraft zu Spulenstrom abbildet. Die erzeugte Kraft kann in erster Näherung als linear angesehen werden (5.16), die maximale Linearitätsabweichung im Bereich von $-1,0 \dots 1,0$ N ist $< -0,5$ mN.

$$F_{EM}(I_{EM}) = 9,907 \frac{\text{N}}{\text{A}} I_{EM} - 0,249 \text{ mN} \quad (5.16)$$

Die Kraft, welche der EM-Lastwechsler erzeugt, hängt darüber hinaus wesentlich von der Eintauchtiefe der Spule in den Permanentmagneten ab. Zur Erfassung dieser Kennlinie wurde der Magnet wieder auf der Waagschale positioniert und die Spule relativ dazu mit einer Mikrometerschraube verschoben. Die Verschiebung in negative y-Richtung wird dabei durch den Magneten geometrisch begrenzt.

In Abb. 5.18 wird deutlich, dass die Kraft parabolisch abfällt, wenn sich die Spule aus der Mitte des Magneten herausbewegt. Die geschätzte Ausgleichsfunktion bestimmt sich zu (5.17).

$$\frac{F_{EM}}{I_{EM}}(y) = -1,392 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}^2} \cdot y^2 + 65,977 \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}} \cdot y + 9,907 \frac{\text{N}}{\text{A}} \quad (5.17)$$

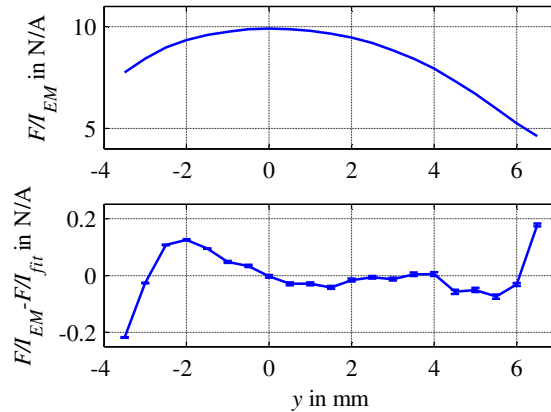


Abb. 5.18 Koppelfaktor des EM-Lastwechslers in Abhängigkeit von der Eintauchtiefe der Spule in den Permanentmagneten (oben), Abweichung der gemessenen von der gefitteten Kurve mit der Standardabweichung des Koppelfaktors über zehn Messungen (unten)

Für die Kalibrierung von Waagen oder Kraftaufnehmern mit dem EM-Lastwechsler sollte daher möglichst im Maximum der Kraftübertragung gearbeitet werden. Dazu empfiehlt es sich, eine Kennlinie analog zu Abb. 5.18 für den angezeigten Messwert relativ zu der Position aufzunehmen. Auf Basis dieser Kennlinie kann die Lage der maximalen Kraftübertragung angefahren werden. Für diese Position kann der EM-Lastwechsler selber gegen einen Referenzkraftsensor bzw. eine Präzisionswaage kalibriert werden.

Untersuchungen zu der Reproduzierbarkeit der Maximalkraft in der Maximallage durch Änderung der Position mit der mechanischen Führung haben für 20 Bewegungen aus der Maximallage und zurück (Verschiebung in beide Richtungen) eine maximale Standardabweichung von 0,152 mN ergeben.

5.4.1.2 Temperaturabhängigkeit der Kraftübertragung des EM-Lastwechslers

Zur Bestimmung des Empfindlichkeits-Temperaturkoeffizienten des EM-Lastwechslers wurde wiederum die Präzisionswaage Sartorius BP211D verwendet. Diese wurde zusammen mit dem EM-Lastwechsler unter einer temperierten Haube bei 9,3 °C, 23,8 °C und 35,1 °C betrieben. Die Temperierung erfolgte mittels eines Thermostaten FP 50 der Firma Julabo [34], wobei für den vorhandenen Aufbau die beste Temperaturstabilität im Messvolumen mittels Regelung auf die Badtemperatur erzielt wurde. Über die gesamte Messzeit von ~ 63 h wurde eine Standardabweichung der Waagenanzeige im stromlosen Zustand des EM-Lastwechslers von 0,59 mg bestimmt. Der Temperaturkoeffizient der Waage kann durch die Temperaturkompensation sehr gut vernachlässigt werden. Die Kraftübertragung des EM-Lastwechslers fällt mit steigender Umgebungstemperatur (siehe Abb. 5.19). Die Temperaturabhängigkeit ist mittels eines linearen Ansatzes approximierbar.

$$\frac{F_{EM}}{I_{EM}}(T) = -10,4535 \cdot 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{K}} \cdot T + 9,9646 \frac{\text{N}}{\text{A}} \quad (5.18)$$

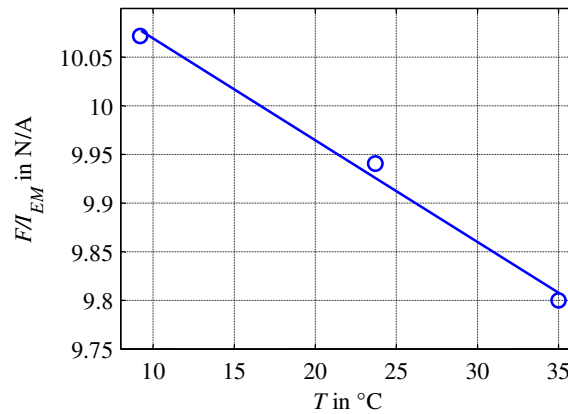


Abb. 5.19: Empfindlichkeits-Temperaturkoeffizient des EM-Lastwechslers

Der Temperaturkoeffizient des Lastwechslers bestimmt sich damit zu $\sim -0,105 \text{ \%/K}$. Dieser Wert korreliert sehr gut mit dem Temperaturkoeffizienten der Remanenzflussdichte des verwendeten NdFeB-Magneten, der mit $\sim -0,1 \dots -0,12 \text{ \%/K}$ angegeben wird.

5.4.1.3 Dynamische Charakterisierung des EM-Lastwechslers

Zur Charakterisierung der dynamischen Eigenschaften des EM-Lastwechslers kam der äußerst steife, hoch auflösende piezoelektrische Kraftsensor KF 24 der Firma Metra [53] zusammen mit dem Ladungsverstärker M68R1 der Firma Metra [52] zum Einsatz.

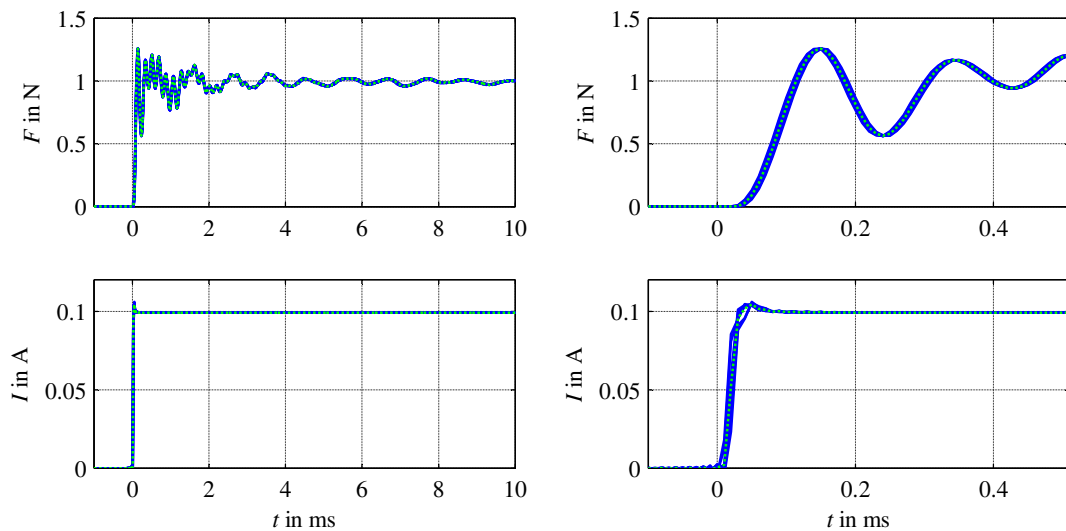


Abb. 5.20 Aufgezeichneter Strom durch Spule (unten) und Kraftsignal (oben). Rechts: Reduzierter Zeitausschnitt. Hier jeweils acht Einzellastwechsel (blau durchgezogen) sowie deren Mittelwert (grün gepunktet)

Für die Messung wurde der Magnet auf dem Kraftsensor befestigt und die Spule darin gehalten. Die Spule wurde mit einem Stromsprung von 100 mA gespeist und synchron dazu das Signal des Kraftsensors mit 100 kHz Abtastfrequenz aufgezeichnet (siehe Abb. 5.20). Hier erreicht der Strom

nach 0,1 ms seinen Endwert, das Ausgangssignal des Piezokraftaufnehmers ist mit Schwingungen verschiedener Frequenzen überlagert. In der Darstellung der FFT⁶ des Einschwingvorgangs werden dominante Frequenzen bei 509 Hz sowie 1700 Hz sichtbar, wobei die größte Amplitude bei 1700 Hz zu beobachten ist (siehe Abb. 5.21).

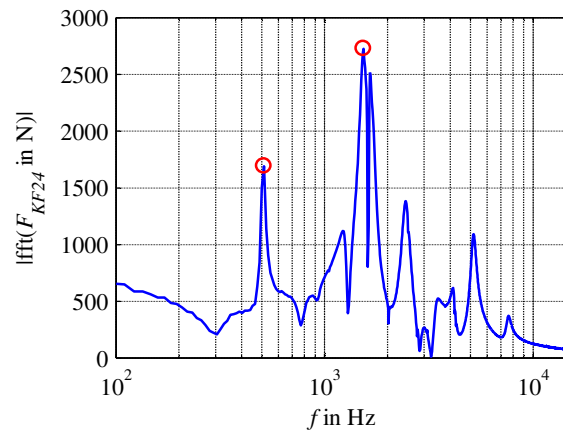


Abb. 5.21: FFT des Kraftsignals aus Abb. 5.20 oben links

Die Resonanzfrequenz bei 1700 Hz konnte im Vorfeld bereits im Rahmen der Charakterisierung des Kraftaufnehmers mittels experimenteller Modalanalyse auf dem Shaker gezeigt werden (siehe Abb. 5.22). Hier dominiert ebenfalls bei 1700 Hz eine Frequenz das spektrale Übertragungsverhalten des Kraftaufnehmers.

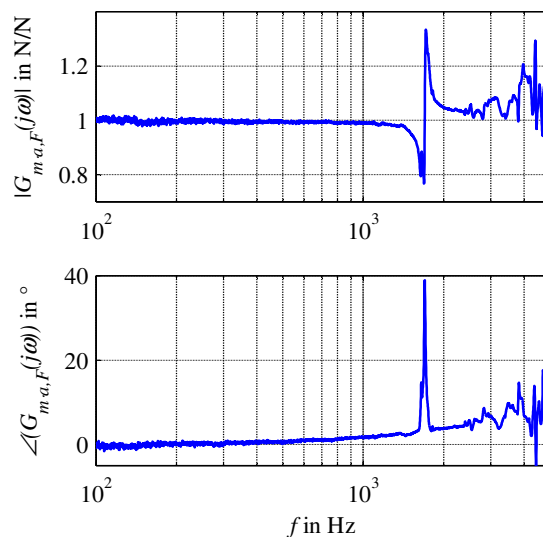


Abb. 5.22: Übertragungsfunktion des Kraftaufnehmers KF24

⁶ FFT – Schnelle Fourier Transformation (engl. Fast Fourier Transform): Algorithmus zur schnellen Berechnung einer diskreten Fourier-Transformation, mit der ein zeitdiskretes endliches Signal (periodisch fortgesetzt) auf ein diskretes periodisches Frequenzspektrum abgebildet wird.

Für die Bestimmung der Kraftübertragungsfunktion wurde der Kraftaufnehmer mit Waagschale ($\sim 64,2$ g) auf einen elektromagnetischen Shaker V300 mit Verstärker DSA1-1k und Regelsystem SignalStar Scalar von DataPhysics [8], [9], [10] aufgeschraubt. Zusätzlich erfolgte die Befestigung zweier identischer Beschleunigungssensoren 8636C10 von Kistler [36] auf der Waagschale und auf der Grundplatte. Mittels des Shakers wurde nun ein Rauschsignal erzeugt, welches den Frequenzbereich von 10Hz...5kHz abdeckt. Mit der bekannten Masse von Waagschale und Beschleunigungssensor, den Beschleunigungswerten an der Waagschale sowie dem Kraftsignal des Kraftaufnehmers konnte die Übertragungsfunktion des Kraftaufnehmers geschätzt werden.

Die Ursache der Resonanzfrequenz bei 509 Hz, welche in Abb. 5.21 beobachtet wird, kann mit dieser Untersuchung nicht hinreichend abgeklärt werden. Jedoch liegt auch hier die Vermutung nahe, dass es sich ebenfalls um eine mechanische Resonanz des Piezokraftaufnehmers in Verbindung mit den Anbauteilen handelt.

Basierend auf diesen Messungen und Überlegungen kann davon ausgegangen werden, dass die Schwingungen, welche im Kraftsignal in Abb. 5.20 zu sehen sind, von dem Piezokraftaufnehmer als Antwort auf den Kraftsprung durch den EM-Lastwechsler herrühren. Das Kraftsignal steigt hier geringfügig verzögert gegenüber dem Strom an, erreicht jedoch nach $\sim 0,12$ ms zum ersten Mal den Wert, auf den sich das Signal nach Abklingen der Schwingung einstellt. Gegenüber der Mechanik der untersuchten Waage kann hiermit also von einem idealen Sprung ausgegangen werden.

Die Lastwechsel mit dem EM-Lastwechsler sind darüber hinaus sehr gut reproduzierbar (siehe Abb. 5.23). Die Abweichungen zwischen den Lastwechseln sind im Wesentlichen darauf zurückzuführen, dass diese durch die beschränkte Samplingrate nicht perfekt aufeinander synchronisierbar sind.

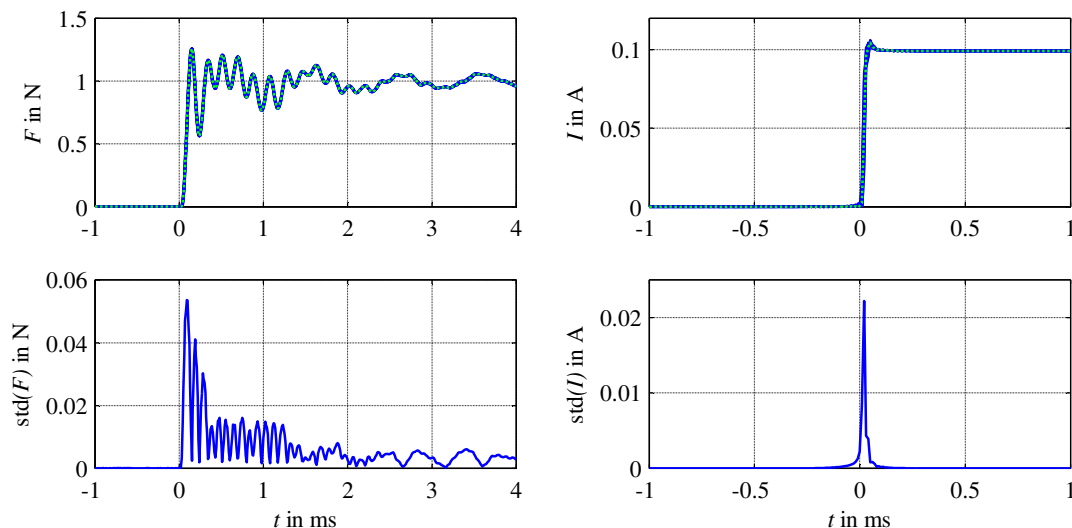


Abb. 5.23: Oben: Signalverlauf von Kraft und Strom während der acht Lastwechsel (blau durchgezogen), deren Mittelwerte (grün gepunktet) sowie Verlauf der Standardabweichung zwischen den Lastwechseln (unten)

5.4.2 Pneumatisch betriebener Lastwechsler

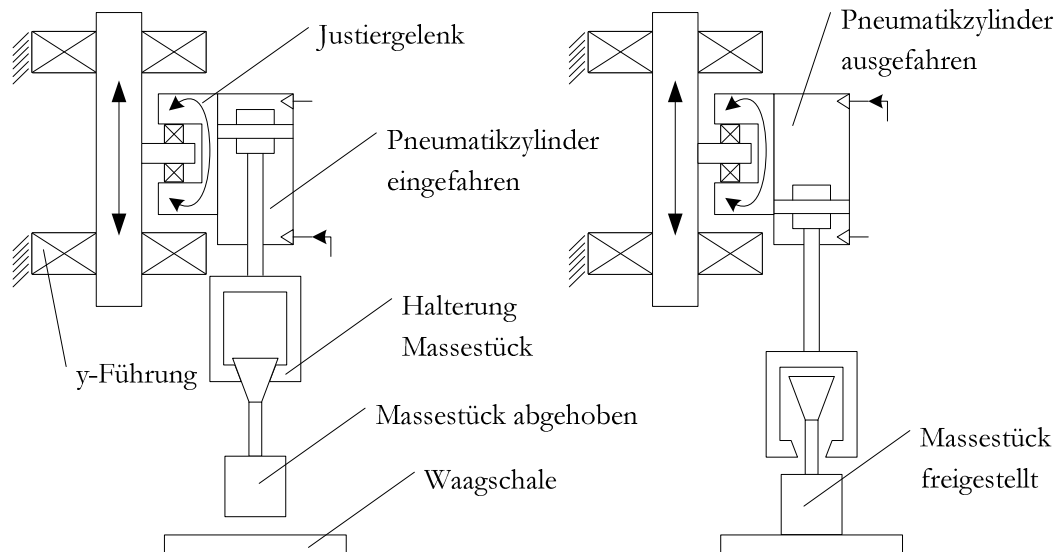


Abb. 5.24: Schematische Darstellung der Funktionsweise des pneumatisch betriebenen Lastwechslers

Eine weitere Möglichkeit, einen Lastwechsel vorzunehmen, ist es, ein Massestück auf die Waagschale aufzusetzen oder abzuheben. Lastwechsel von Hand sind allerdings sehr schlecht reproduzierbar, weswegen keine guten Rückschlüsse bezüglich der Abstimmung des Reglers auf das System möglich sind. Zusätzlich ist die Geschwindigkeit der Lastwechsel stark begrenzt. Um die Reproduzierbarkeit, Geschwindigkeit und auch Automatisierbarkeit der Lastwechsel zu verbessern, wurde ein pneumatisch betriebener Lastwechsler konzipiert (siehe Abb. 5.24).

Das Konzept eines pneumatischen Antriebs kommt hier zum Einsatz, da so nur vernachlässigbar geringe elektromagnetische Störfelder auf die untersuchte Waage einwirken. Mit dem realisierten Aufbau können Lasten bis zu 200 g mit Frequenzen bis zu 4 Hz reproduzierbar abgehoben und wieder aufgesetzt werden. Die Pulsweite der Ansteuerung kann hierfür frei gewählt werden.

5.4.2.1 Konstruktiver Aufbau des pneumatischen Lastwechslers

Der Lastwechsler setzt sich aus drei Hauptbaugruppen zusammen: Einer Justiereinrichtung, bestehend aus einer Führung zur Verstellung der Höhe in y-Richtung, sowie einem einstellbaren Kippgelenk zur Neigung um die x- und die z-Achse. Darauf montiert ist ein pneumatischer Doppelhubzylinder mit einer Präzisionsführung (DGSL-10-20-P1A) der Firma Festo [19]. An diesem Zylinder wird eine konische Aufnahme für speziell gefertigte Massestücke befestigt (siehe Abb. 5.24 und Abb. 5.25 links und mitte). Mit Hilfe der Justiereinrichtung (siehe Abb. 5.25 rechts) kann der Winkel der Führung des Pneumatikzylinders so eingestellt werden, dass die Achse der Führung parallel zu der Achse der Gewichte steht. Um die x-Achse ist eine Neigungsänderung um $\pm 8,5^\circ$ möglich, um die z-Achse eine Einstellung der Neigung um $\pm 4^\circ$. Geringe Fertigungsabweichungen der Ge-

wichte (Abweichungen der Achse durch den Konus relativ zu der Normalen zur Grundfläche) sowie ein mögliches Schiefstehen der Waage, die belastet werden soll, können damit kompensiert werden. Mittels der Führung in y-Richtung ist die Einstellung möglich, wie weit die Gewichte abgehoben werden bzw. wie weit der Kegelkopf für den Fall „Masse auf Waagschale“ freigestellt wird. Der Gesamthub des Zylinders ist mittels einstellbarer Anschläge auf 5 mm beschränkt. Die Einstellung der Führung in y-Richtung wurde darauf basierend so gewählt, dass das Gewichtsstück 2,5 mm abgehoben bzw. freigestellt wird.

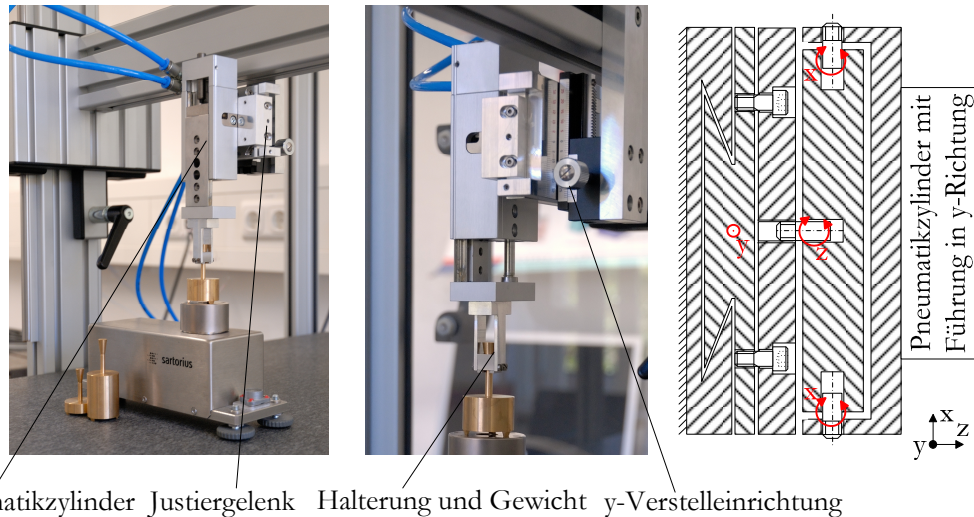


Abb. 5.25: Aufbau des pneumatischen Lastwechslers in zwei Ansichten (links) und schematischer Aufbau des Justiergelenks (rechts)

Der Kegelkopf der Gewichte ebenso wie der Konus der zweiseitigen Halterung verfügen über einen Öffnungswinkel von $16,6^\circ$ (siehe Abb. 5.26). Mit diesem Öffnungswinkel ist ein Verklemmen der Kegel-Konus-Paarung sicher ausgeschlossen, jedoch wird eine starke selbstzentrierende Wirkung erzielt.

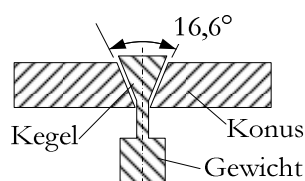


Abb. 5.26: Schematischer Aufbau der Kegel-Konus-Paarung zur Halterung und Zentrierung der Gewichte

Mittels der Dämpfung der Anschläge und Drosselung der Luftzufuhr in den Zylinder kann selbst bei schnellen Lastwechseln ein Prellen der Gewichte auf ein Minimum reduziert werden. Per iterativer Untersuchungen wurde ein Optimum der Einstellungen für alle Lastwechselgeschwindigkeiten gefunden. Hierfür sind die Dämpfer auf maximale Nachgiebigkeit und Dämpfungsweg eingestellt, die Drosseln an den Ein- und Auslässen des Zylinders sind bis auf 2,5 Umdrehungen geschlossen. Durch Öffnen der Drosseln wären auch schnellere Lastwechsels realisierbar, jedoch ginge dies zu Lasten der Reproduzierbarkeit der Lastwechsel.

5.4.2.2 *Ansteuerung des pneumatischen Lastwechslers*

Ein Magnetventil JMYH-5/2-M5-L-LED [18] der Firma Festo regelt die Luftzufuhr des Pneumatikzylinders. Dieses Magnetventil wurde gewählt, da es binnen 7 ms schaltet und damit die Anforderungen für schnelle Lastwechsel (5 Hz) leicht erfüllt. Zur Ansteuerung des Magnetventils wurde im Rahmen einer Studienarbeit [80] eine Steuerplatine mit zugehöriger Software entwickelt. Die Steuerplatine ist direkt über Taster bedienbar bzw. über eine RS232-Schnittstelle ansprechbar. Herz der Steuerung ist ein Mikrocontroller, der die eingehenden Steuersignale von den Tastern in der Frontblende bzw. der RS232-Schnittstelle in Schaltsignale wandelt, welche von einem Leistungsverstärker am Ausgang an das Magnetventil weitergegeben werden.

Zur Kommunikation mit dem Mikrocontroller wurde ebenfalls in [80] ein Programm mit einer graphischen Oberfläche erstellt, welches es ermöglicht, die Lastwechsel zu steuern. Hierüber kann entweder manuell der Zylinder ein- bzw. ausgefahren werden oder eine Serie von Lastwechseln mit beliebiger Pulsweite und Zyklusdauer eingestellt werden.

5.4.2.3 *Charakterisierung der dynamischen Eigenschaften des pneumatischen Lastwechslers*

Zur Charakterisierung der dynamischen Eigenschaften wurden die gefertigten Massestücke (50 g, 100 g und 200 g) mit verschiedenen Frequenzen auf den piezoelektrischen Kraftaufnehmer aufgesetzt und abgehoben, welcher bereits in Abschnitt 5.4.1.3 zum Einsatz kam. Exemplarisch werden hier die Ergebnisse für 100 g und Lastwechsel mit 1 Hz und 4 Hz gezeigt.

Da die Verläufe der Lastwechsel für den Vorgang des Abhebens bzw. Aufsetzens grundsätzlich unterschiedlich sind, wird nur der Moment der Laständerung herausgegriffen; die Vorgänge werden einzeln dargestellt. Für jede Frequenz wurden über 20 aufeinander folgende Lastwechsel gemittelt bzw. die Standardabweichung der angezeigten Massen ermittelt.

Für Lastwechsel mit 1 Hz wird einmal pro Sekunde das Gewicht abgehoben oder aufgelegt. Für den Abhebevorgang kann eine sehr gute Reproduzierbarkeit der Lastwechsel beobachtet werden, eine maximale Standardabweichung von 7,4 g ist hier erreichbar (siehe Abb. 5.27). Der Lastwechsel kann bereits nach ~ 3 ms sicher als abgeschlossen betrachtet werden. In der Anfahrphase zeigt sich, dass das Gewicht bewegt, jedoch nicht sofort abgehoben wird. Dieser Effekt ist auf einen fertigungsbedingten Oberflächendefekt der konusförmigen Aufnahme zurückzuführen, da er bei allen Lastwechselfrequenzen und Gewichten zu beobachten ist und durch Justage nicht eliminiert werden kann. Durch Fertigung einer neuen Aufnahme könnte die Zeit zwischen Beginn und Ende des Lastwechsels noch weiter reduziert werden, womit eine weitere Steigerung der Lastwechselfrequenz möglich würde. Der Aufsetzvorgang ist erheblich schlechter reproduzierbar als der Abhebevorgang, was darauf zurückzuführen ist, dass das Gewicht fallen gelassen wird. Hierdurch wirkt zusätzlich eine dynamische Kraft auf die Waagschale. Durch die Einstellung der Dämpfer wurde ein Prellen zwar weitestgehend minimiert, ließ sich aber nicht vollständig unterdrücken. Trotz dieser uner-

wünschten Effekte ist der Lastwechsel auch im Fall des Aufsetzens bereits nach 10 ms abgeschlossen.

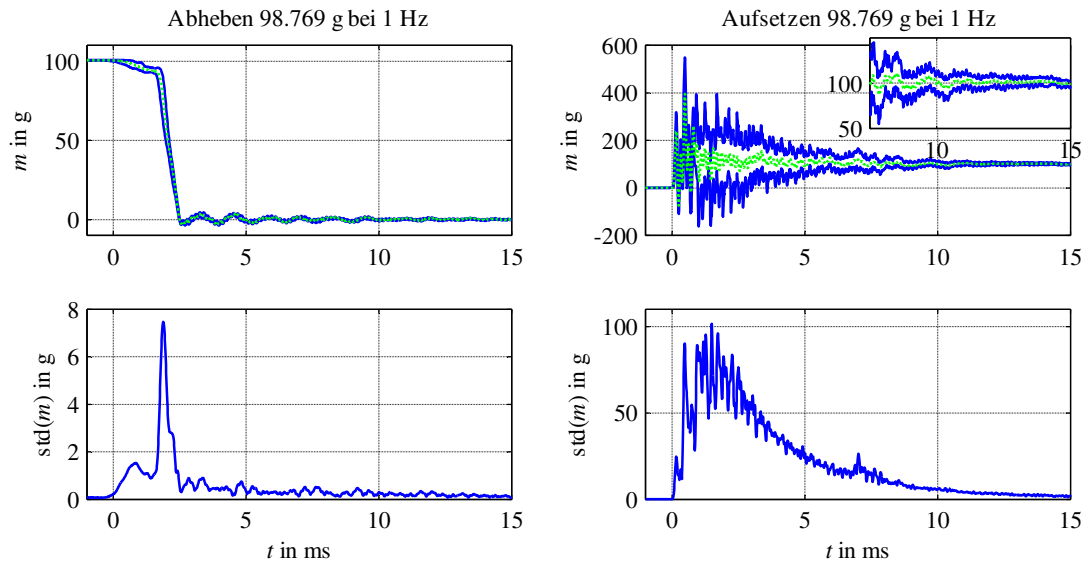


Abb. 5.27: Lastwechsel 98,769 g mit 1 Hz. Obere Abbildungen: Maximalstreuung aus 20 Lastwechselvorgängen (blau durchgezogen), Mittelwert der Lastwechselvorgänge (grün gepunktet). Untere Abbildung: Standardabweichung der Lastwechselvorgänge

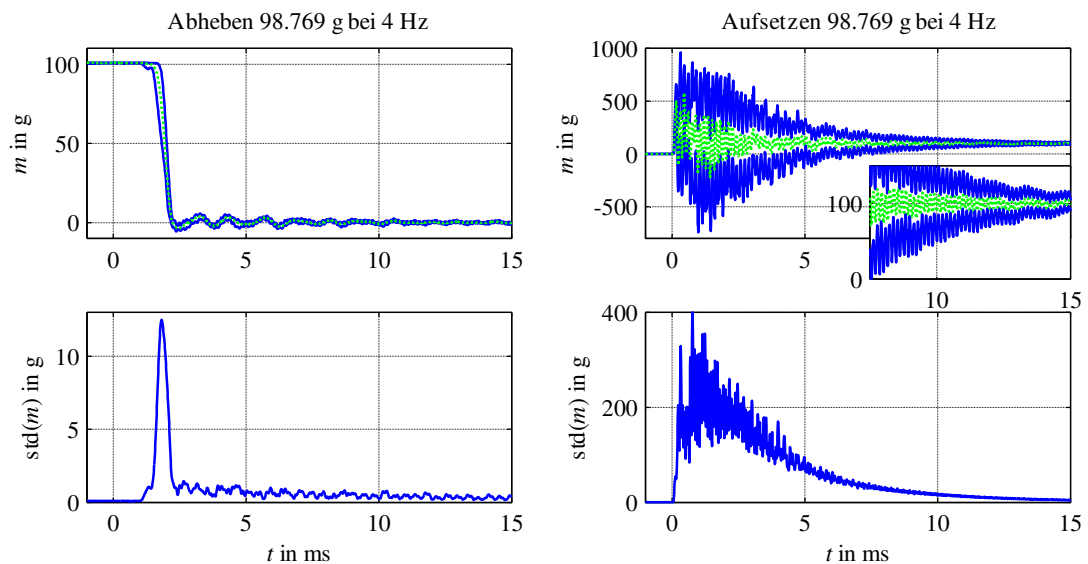


Abb. 5.28: Lastwechsel 98,769 g mit 4 Hz. Obere Abbildungen: Maximalstreuung aus 20 Lastwechselvorgängen (blau durchgezogen), Mittelwert (grün gepunktet). Untere Abbildung: Standardabweichung der Lastwechselvorgänge

Der Verlauf der Lastwechsel für 4 Hz ist dem für 1 Hz in seinen charakteristischen Eigenschaften sehr ähnlich (siehe Abb. 5.28). Für den Abhebevorgang verschlechtert sich die Reproduzierbarkeit auf maximal 12,3 g, jedoch ist auch hier der Lastwechsel sicher nach ~ 3 ms abgeschlossen. Für den

Aufsetzvorgang verstärkt sich der Effekt der dynamischen Kräfte merklich. Jedoch sind hier nach ~ 12 ms alle Lastwechselvorgänge sicher abgeschlossen.

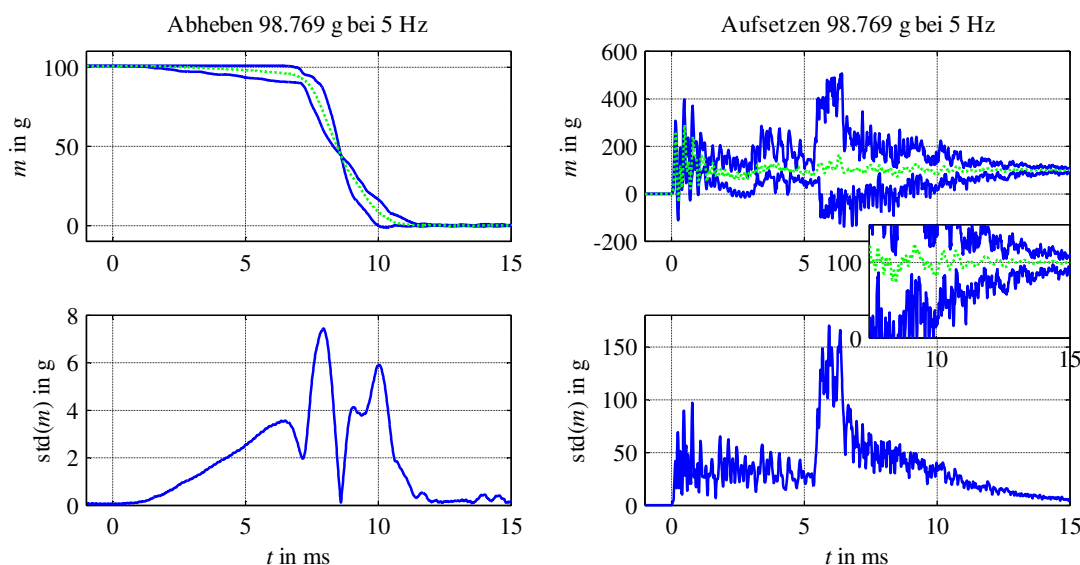


Abb. 5.29: Lastwechsel 98,769 g mit 5 Hz. Obere Abbildungen: Einzelne Aufsetzvorgänge (blau durchgezogen), Mittelwert (grün gepunktet). Untere Abbildung: Standardabweichung der Lastwechselvorgänge

Für 5 Hz verschlechtert sich die Reproduzierbarkeit weder im Aufsetz- noch im Abhebevorgang signifikant, jedoch nimmt der Effekt des Prellens dramatisch zu, wodurch der Lastwechselvorgang wesentlich länger dauert und die selbstzentrierende Wirkung der Kegel-Konus-Paarung verringert wird (siehe Abb. 5.29). Dadurch ist eine Schiefstellung der Gewichte im Abhebevorgang zu beobachten. Prinzipiell ist es damit zwar möglich den Lastwechsler auch mit 5 Hz zu betreiben, ein sauberes Lastwechseln ist hier allerdings nicht mehr gewährleistet.

5.4.3 Vergleich der untersuchten Lastwechslermethoden

Die beiden vorgestellten Methoden zum Aufbringen von Lastwechseln unterscheiden sich signifikant in ihrer Wirkungsweise und daraus resultierend in ihren Eigenschaften und der Anwendbarkeit. Im Fall des EM-Lastwechslers wird elektromagnetisch eine Kraftwirkung in die zu untersuchende Waage eingespeist; mit dem pneumatisch betriebenen Lastwechsler werden Massstücke von der Waagschale abgehoben und aufgesetzt. Idealisiert betrachtet erfolgt mit beiden Methoden die Einspeisung einer Kraftwirkung in das System und daraus resultierend eine Verformung. Zusätzlich wird im Fall des pneumatischen Lastwechslers aber eine weitere Masse mit einer Trägheit auf die Waage aufgebracht, was zu einer Rückwirkung in Form einer Veränderung der Eigenfrequenz führt. Für den untersuchten Waagentypus ist diese Rückwirkung vernachlässigbar, da sich die erste Eigenfrequenz nicht signifikant mit der Masse auf der Waagschale ändert (siehe Abschnitt 5.2.2.1, S. 80). Für die Untersuchung von Waagen mit Biegeverformungskörpern bzw. EMK-

Waagen mit geringeren Massenträgheitsmomenten muss diese Eigenschaft jedoch berücksichtigt werden. Eine reale Massenänderung kann mit dem EM-Lastwechsler also nur simuliert werden, wenn sich die Änderung der Masse auf der Waagschale nicht im Systemverhalten widerspiegelt. Bedingt dadurch, dass im Fall des EM-Lastwchslers keine Massen bewegt werden, kann hiermit eine wesentlich bessere Reproduzierbarkeit erzielt werden als mit dem pneumatisch betriebenen. Nach einem Lastwechsel der ~ 100 g entspricht, ist die Standardabweichung bei acht aufeinander folgenden Lastwechseln nach 2 ms auf weniger als 1 g abgefallen, im Fall des pneumatischen Lastwchslers verändert sich dieser Wert in Abhängigkeit der Lastwechselfrequenz und für den Abhebe- bzw. Aufsetzvorgang, wie in Tabelle 9 dargestellt. Hieraus ist abzulesen, dass zumindest für den Abhebevorgang und langsame Wechselfrequenzen mit beiden Lastwchslern ähnlich gute Reproduzierbarkeiten erreicht werden können.

Tabelle 9: Zeit zum Erreichen einer Standardabweichung von 1 g für acht aufeinander folgende Lastwechsel von ~ 100 g mit dem pneumatischen Lastwechsler

Lastwechselfrequenz	1 Hz	4 Hz	5 Hz
Abheben	3,4 ms	7,6 ms	10,5 ms
Aufsetzen	17,6 ms	21,2 ms	22,3 ms

Die Dynamik des EM-Lastwchslers ist beschränkt durch die Dynamik der Stromquelle im Zusammenhang mit der Impedanz der Spule. Mit der getesteten Konfiguration sind Lastwechselfrequenzen bis zu einigen kHz erreichbar. Für den pneumatischen Lastwechsler wurde bereits im letzten Abschnitt gezeigt, dass reproduzierbare Lastwechsel mit einer maximalen Frequenz von 4 Hz realisierbar sind. Ein weiterer Vorteil des EM-Lastwchslers gegenüber dem pneumatischen Lastwechsler ist, dass beliebige Kraftverläufe – angefangen bei idealen Sprüngen bis hin zu der Nachbildung gemessener Kraftverläufe – deterministisch und rückverfolgbar (per Messung des Spulenstroms) aufgebracht werden können. Damit ist ein Grad der Automatisierbarkeit zur Aufbringung verschiedener Lastregimes möglich, der mit dem pneumatisch betriebenen Lastwechsler nicht erreicht werden kann; hier ist lediglich die Pulsweite und Versuchsdauer frei einstellbar. Als nachteilig zu werten sind hingegen die diversen Einflussfaktoren (Temperatur, Feuchte, Positionsabhängigkeit der Spule zum Magneten und Nichtlinearität der Kennlinie), welche die aufgebrachte Last im Fall des EM-Lastwchslers beeinflussen und durch Zusatzmessungen und Kalibrierrouinen korrigiert werden müssen. Die Störeinflüsse auf die Waagen sind in beiden untersuchten Fällen gering, eine Wirkung des Magnetfeldes des zusätzlichen Permanentmagneten auf den abgelesenen Massewert konnte unter normalen Anwendungsbedingungen nicht nachgewiesen werden. Sichtbar sind jedoch Vibrationen, bedingt durch das Schalten des Magnetventils, was durch geeignete Schwingungsisolierung jedoch gut unterdrückt werden kann.

Die aufgeführten Eigenschaften der untersuchten Lastwchslers finden sich in kompakter Form nochmals in Tabelle 10 aufgelistet. Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass mit dem pneumatischen Lastwechsler bereits eine signifikante Verbesserung der Lastwechsel gegenüber

vorhandenen Einrichtungen erreicht werden konnte. Die Eigenschaften des EM-Lastwechslers erfüllen die Anforderungen an die Lastwechselerzeugung im Zusammenhang mit den untersuchten Waagen jedoch noch wesentlich besser. Für den Vergleich des Reglerverhaltens in Simulation und Messung im folgenden Kapitel wird daher der EM-Lastwechsler zur Erzeugung eines Sprunges genutzt, da ein solches nahezu perfekt sprungförmiges Signal mit dem pneumatischen Lastwechsler nicht erzeugt werden kann.

Tabelle 10: Vergleich der untersuchten Lastwechsler

	EM-Lastwechsler	pneumatischer Lastwechsler
Art des Lastwechsels	Einspeisen einer Kraft	Änderung der Masse
Einflussfaktoren auf aufgebrauchte Last	<ul style="list-style-type: none"> - Positionsabhängigkeit der Spule zum Magneten - Nichtlinearität der Kennlinie - Empfindlichkeitstemperaturkoefizient durch Temperaturkoefizient des Magnetmaterials bestimmt 	nicht bekannt
Vorlast	Masse des Magneten (97,8 g)	keine
Lastbereich	20...200 g mit aktueller Konfig. generell: $0 \dots m_{\text{Magnet}} + I_{\text{max}} \cdot B / g$, stufenlos einstellbar	0...200 g (50 g, 100 g, 200 g), an vorhandene Gewichte gebunden
Lastformen	nahezu beliebig einstellbar, begrenzt durch Dynamik der Stromquelle und Impedanz der Spule	Abheben: sprungähnlich, Aufsetzen: Überlagerung von Sprung, Beschleunigung der Masse und Prellen
Dynamik	maximale Lastwechselfrequenz: $\sim 6 \text{ kHz}$ Lastwechsel nach 0,12 ms abgeschlossen	maximale Lastwechselfrequenz: 4 Hz Lastwechsel spätestens nach 3 bzw. 12 ms abgeschlossen
Reproduzierbarkeit	sehr gut	Abheben: sehr gut, Aufsetzen: gut
Störeinflüsse auf Waage	B-Feld des Permanentmagneten (geringe Störung)	Vibrationen durch Schalten des Magnetventils (durch geeignete Dämpfung behebbar)
Automatisierbarkeit	sehr gut, Lastwechsel im Lastbereich frei parametrierbar	gut, freie Einstellbarkeit von Versuchsdauer und Pulsweite für eine angehängte Masse
Justageaufwand	sehr gering	gering

5.5 Darstellung der Waage als MISO oder SISO-System

Bis dato wurden Wägezellen unter regelungstechnischen Gesichtspunkten als SISO-Systeme (Single Input Single Output) behandelt. Als Eingang wird hier die elektromagnetische Kraft auf den Hebel bzw. der fließende Spulenstrom betrachtet, der Systemausgang ist die Position des Hebels bzw. das Abtastsignal. Die Aufbringung einer Kraft bzw. einer Masse auf die Waagschale wird für die Beschreibung durch ein SISO-System als Störung am Ausgang behandelt (siehe Abb. 5.30 links). Nachteilig an dieser Beschreibungsform ist, dass kein detailliertes Störmodell für Resonanzen existiert, welche nicht durch eine Erregung am Hebel sichtbar gemacht werden können.

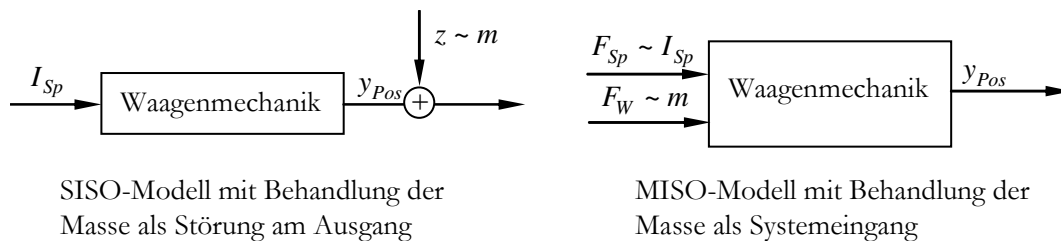


Abb. 5.30: Schematische Darstellung der Waage als SISO-Modell (links) bzw. MISO-Modell (rechts)

Wird eine Kraft auf die Waagschale nicht als Störung gewertet, sondern ebenfalls als Systemeingang, kann die Wägezelle als MISO-System (Multiple Input Single Output) beschrieben werden (siehe Abb. 5.30 rechts). Die Voraussetzung hierfür ist, dass die aufgebrachte Kraft zeitlich und quantitativ bekannt ist. Bei Lastwechseln von Massestücken ist zwar die wirkende statische Endkraft bekannt, nicht jedoch das zeitliche Verhalten des Kraftverlaufs. Wie in Kapitel 5.4.2 gezeigt wurde, kann mittels Einleitung einer externen elektromagnetischen Kraft ein realer Lastwechsel nachgebildet werden. Misst man nun parallel zu internem Spulenstrom und Abtastsignal auch noch den Strom durch die externe Spule, kann ein zeitlicher Zusammenhang zwischen der Kraft, die auf die Waagschale wirkt, der Kraft, die auf den Hebel wirkt, und der Bewegung des Hebels hergestellt werden. Dieser Zusammenhang kann mit einem klassischen Lastwechsel nicht dargestellt werden.

Das MISO-System kann wie folgt identifiziert werden: Die interne Spule wird im unregelten Zustand so lange mit einem Strom gespeist, bis der Hebel in der Nulllage eingeschwungen ist. Dann wird zunächst die interne und dann die externe Spule mit einem zusätzlichen PRB-Signal beaufschlagt (siehe auch Grundlagen, Abschnitte 2.4.2 und 2.4.3, S. 24 ff.). Die serielle Vorgehensweise ist gerechtfertigt, da davon ausgegangen werden kann, dass das Superpositionsprinzip angewendet werden kann, da das System weitestgehend linearisierbar ist.

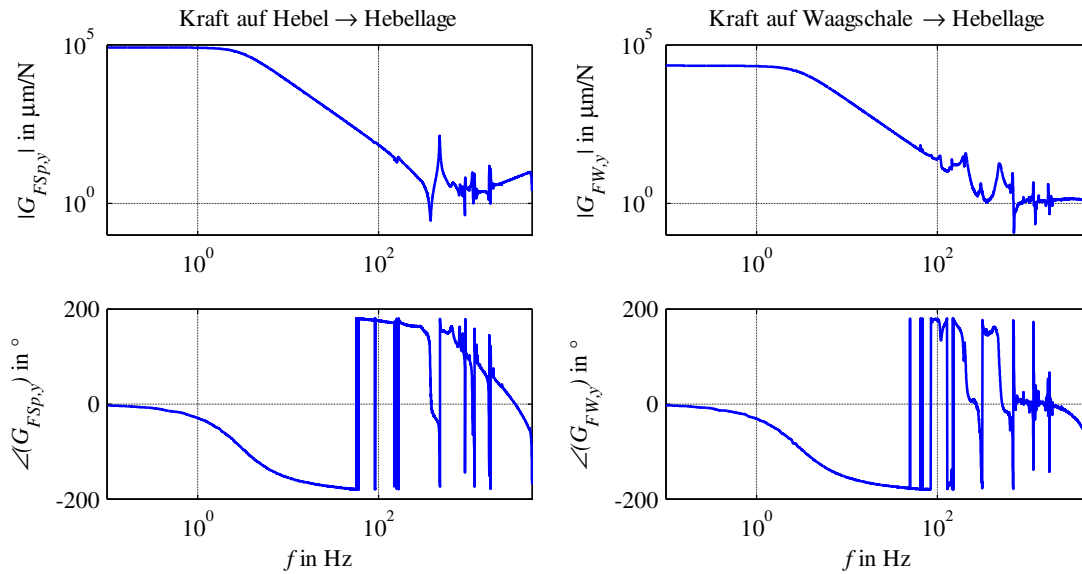


Abb. 5.31: geschätztes MISO-Modell für Wägezelle Nr. 1

In Abb. 5.31 sind die ermittelten Amplitudenfrequenzgänge der MISO-Modelle dargestellt. Hierfür wurde aus Vergleichbarkeitsgründen als Eingangssignal jeweils die wirkende Kraft errechnet, als Ausgangssignal die Position des Hebels. Die Unterschiede in der Verstärkung resultieren aus der Hebelübersetzung der Wägezelle, welche nicht in die Kräfte mit eingerechnet wurde. Für den Frequenzbereich bis ~ 80 Hz ist das dynamische Verhalten unabhängig vom Ort der Krafteinleitung. Die Hebelresonanz kann ebenfalls mit beiden Positionen der Krafteinleitung erregt werden. Für ~ 200 Hz und ~ 307 Hz werden Resonanzen bei Erregung an der Waagschale sichtbar, welche nicht für die Krafteinleitung in den Hebel sichtbar gemacht werden können. Für eine optimale Reglerauslegung sollte mit dieser Kenntnis also in Zukunft immer auch die Übertragungsfunktion von Waagschale zum Lageindikator berücksichtigt werden.

Kapitelzusammenfassung

Als Referenz zur Bewertung der Modellqualität erfolgte im letzten Kapitel die messtechnische Charakterisierung des Systems, welches in den Modellen aus Kapitel 4 abgebildet wurde. Abschnitt 5.1 widmet sich der eingesetzten Elektronik und der benötigten Peripherie. Zur Ansteuerung der verwendeten Waage kommt in dieser Arbeit nicht die dazugehörige Analogelektronik zum Einsatz, sondern eine speziell zu diesem Zweck ausgewählte Digitalelektronik mit einer Auflösung von 18 bit bei einer Regelfrequenz von 10 kHz (siehe Abschnitt 5.1.1). Da es sich bei der Digitalelektronik um ein kommerziell erhältliches System handelt, was nicht speziell auf die Anwendung der Regelung einer Waage ausgelegt ist, sind sowohl für die Erzeugung eines Lagesignals als auch zum Treiben hinreichend großer Ströme analoge Anpassschaltungen notwendig. Zur Beschreibung des

Lageindikator in Abschnitt 5.1.2.1 kommt ein zweistufiges Modell zum Einsatz: Zunächst wird die schwache Nichtlinearität der Kennlinie mit einem Polynom fünfter Ordnung approximiert. Die normierte Übertragungsfunktion fällt bei $\sim 1,3$ kHz auf -3 dB ab und kann mit einem Pol-Nullstellenmodell dritter Ordnung an das Modell zur Beschreibung der Kennlinie angeschlossen werden. Der Spannungs-Strom-Wandler verfügt, wie in Abschnitt 5.1.2.2 beschrieben, über eine nahezu ideal lineare Kennlinie; bei einer Eingangsspannung von ± 2 V wird ein Ausgangsstrom von ± 20 mA erzeugt. Die schwache Nichtlinearität kann über ein quadratisches Polynom erfasst werden. Die dynamische Bandbreite des Wandlers ist mit 15 kHz so groß, dass sie für die Modellierung im Folgenden vernachlässigt wird.

In Abschnitt 5.2 erfolgt die Charakterisierung der mechanischen und elektromagnetischen Eigenschaften der EMK-Waage. Statisch kann das mechanische Verhalten einer Waage über ihre Federkonstante beschrieben werden, diese setzt die Änderung der Hebelposition mit einer Kraftänderung an der Waagschale in Relation (siehe Abschnitt 5.2.1). Für die untersuchten Waagen wird eine Streuung der Federkonstanten, bedingt durch Fertigungstoleranzen, festgestellt, zwei Exemplare aus unterschiedlichen Chargen lieferten 8,4 bzw. 8,6 N/m. Die dynamische Charakterisierung erfolgt über den Amplitudenfrequenzgang (siehe Abschnitt 5.2.2), der die Kraft auf die Spule zu der Auslenkung des Hebels in ein frequenzabhängiges Verhältnis setzt. Die untersuchten Waagen zeigen hierbei bis ca. 300 Hz ein PT2-Verhalten, gefolgt von einer großen Resonanzspitze. Das Verhalten < 300 Hz ist hierbei weitestgehend unabhängig von der Masse auf der Waagschale, was auf die großen Hebellängen und Massenträgheitsmomente der untersuchten Waagenmechanik zurückzuführen ist. Der zugehörige Spulenantrieb wird über den ohmschen Widerstand ($\sim 160 \dots 170 \Omega$), die Induktivität (~ 30 mH) und den Koppelfaktor (~ 22 N/A) charakterisiert (siehe Abschnitt 5.2.3), wobei auch hier jeweils signifikante Streuungen auftreten. Der Koppelfaktor hängt darüber hinaus mit einer quadratischen Funktion von der Spulenposition in y-Richtung ab. Anders als in anderen Publikationen gezeigt, fällt die Kennlinie hier nicht symmetrisch um die Hebelnulllage ab, was darauf zurückzuführen ist, dass der Eisenrückschluss hier nur in Form eines dünnen Bleches ausgeführt ist. Des Weiteren befindet sich die Spule laut Zeichnung in der Nulllage nicht symmetrisch um die Polplatte herum.

Zur Lageregelung der Waage kommt ein PIDT1-Regler zum Einsatz (siehe Abschnitt 5.3), dessen integrierende und differenzierende Zeitkonstanten so gewählt werden, dass sie die zwei Hauptzeitkonstanten der Waage (resultierend aus dem PT2-Verhalten) kompensieren. Die Verstärkung und die T1-Zeitkonstante werden dann so angepasst, dass bei maximaler Bandbreite die Resonanzspitze nicht die 0-dB Linie überschreitet.

Zur Überprüfung der Funktionsweise des Reglers im Zusammenspiel mit allen übrigen Komponenten der Waage ist es nötig, Lastwechsel aufzubringen. Zu diesem Zweck wurden zwei Anlagen zur Erzeugung von Lastwechseln konzipiert und aufgebaut sowie in Abschnitt 5.4 bezüglich ihrer Funktionsweise untersucht. Der EM-Lastwechsler, welcher in Abschnitt 5.4.1 vorgestellt wird, bedient sich der Eigenschaft, dass das dynamische Verhalten der Waage nahezu masseunabhängig ist,

um „masselose“ Lastwechsel durch einen Permanentmagneten auf der Waagschale und einer bestromten Spule zu erzeugen. Die Vorteile dieses Verfahrens sind, dass die erzeugte Kraft deterministisch über den Spulenstrom und den Koppelfaktor bestimmt ist, des Weiteren kann eine sehr hohe Dynamik bei sehr guter Reproduzierbarkeit erreicht werden. Das zweite Verfahren, vorgestellt in Abschnitt 5.4.2, basiert darauf, dass speziell gefertigte Gewichtsstücke von einer pneumatisch betriebenen Hubmimik auf eine Waagschale aufgesetzt bzw. abgehoben werden. Auch hiermit kann eine sehr gute Dynamik von vier Lastwechseln pro Sekunde bei guter Reproduzierbarkeit erreicht werden. Die Vorteile dieses Verfahrens bestehen darin, dass es robuster gegen Umwelteinflüsse arbeitet sowie massebehaftete Lastwechsel erzeugt.

Basierend auf den Erkenntnissen zur masseunabhängigen Dynamik des untersuchten Waagentypus wurde im letzten Abschnitt 5.5 mit Hilfe des EM-Lastwechslers eine Darstellung des dynamischen Verhaltens einer Waage als MISO-System vorgestellt. Dieses Modell interpretiert die Änderung der Kraft auf der Waagschale nicht als Störung, sondern als Systemeingang. Das Übertragungsverhalten von der Kraft auf der Waagschale zu der Bewegung des Hebels, welches bei einem SISO-Modell unbekannt ist, kann hiermit abgebildet und als Apriori-Wissen in den Reglerentwurf mit einbezogen werden. Zu diesem Zweck wurde die Waage nicht nur an der internen Spule erregt, sondern es wurde ebenfalls eine deterministische Kraft in die Waagschale eingespeist. Mit diesem Experiment konnte gezeigt werden, dass an der Waagschale Frequenzen erregt werden können, die nicht über die interne Spule anregbar und in konventionellen SISO-Modellen damit nicht enthalten sind. Für die Konzeption von Reglern für dynamische Anwendungen sollte dieser Faktor für die Zukunft berücksichtigt werden, um eine Steigerung der Performance zu erreichen.

6 Validierung der Modelle

Zur Validierung der in Kapitel 4 vorgestellten Modelle werden im folgenden Kapitel charakteristische Eigenschaften des Referenzsystems aus Kapitel 5 mit den erzielten Simulationsergebnissen verglichen. Hierzu werden zunächst die statischen elektromagnetischen sowie mechanischen Eigenschaften der untersuchten Modelle anhand des Referenzsystems überprüft. Auf Basis der daraus gewonnenen Erkenntnisse werden die Modelle für den dynamischen Fall beleuchtet. Abschließend erfolgt ein Vergleich des Starrkörpermodells mit dem FEM-Modell bezüglich Rechenzeiten und anfallenden Datenmengen sowie der Möglichkeiten und Grenzen der vorgestellten Modelle.

6.1 Statische Validierung der Modelle

6.1.1 Numerische Bestimmung des Koppelfaktors

Die Vorgehensweise zur Ermittlung des Koppelfaktors wurde bereits in Kapitel 4.3.1.2, S. 64 erläutert: Zunächst wird das Magnetfeld bei geschlossenem Deckel ermittelt (siehe Abb. 6.1).

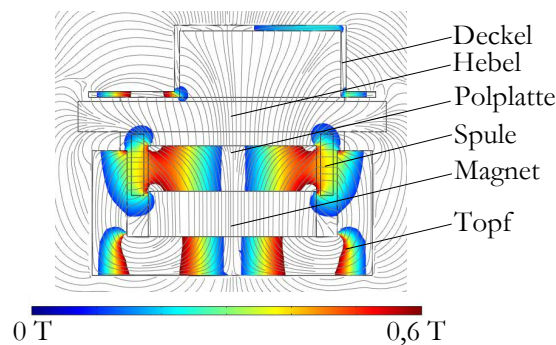


Abb. 6.1: Schnitt durch die xy -Ebene des simulierten Magnetfeldes mit Darstellung der radialen magnetischen Flussdichte sowie der Feldlinien

Die radiale magnetische Flussdichte B wird über das Volumen integriert, welches von der Spule abgedeckt wird, und durch das Volumen der Spule geteilt. Mit dieser Vorgehensweise kann das integrale Verhalten des Magnetfeldes im Bereich der Spule abgebildet werden. Zur Ermittlung des Koppelfaktors muss an dieser Stelle noch die Länge des Spulendrahtes berücksichtigt werden. Diese wird mit einer mittleren Windungslänge von 84,8 mm bei einer Windungszahl von 870 zu 73,8 m abgeschätzt. Der numerisch ermittelte Koppelfaktor (siehe Abb. 6.2) beträgt in der Nulllage des Hebels 26,02 N/A, die messtechnisch ermittelten Werte für beide Waagen betragen 22,19 N/A

bzw. 22,09 N/A (siehe Gleichungen (5.10) und (5.11), S. 82). Die Abweichung zwischen Simulation und Messung beträgt damit $\sim 18\%$. Diese Abweichungen sind darauf zurückzuführen, dass die Simulation mit Tabellenwerten für die Materialeigenschaften durchgeführt wurde, diese sind jedoch lediglich als Richtwerte zu betrachten. Des Weiteren ist die Geometrie des realen Magnetsystems recht komplex, für Simulationszwecke wurde an diversen Stellen vereinfacht. Der vom Hersteller ermittelte Wert für die integrale Flussdichte des untersuchten Magnetsystems beträgt $\sim 0,4\text{ T}$, damit ergibt sich ein Koppelfaktor von 29,52 N/A. Dieser Wert ist $\sim 13\%$ größer als der hier numerisch ermittelte Wert bzw. $\sim 34\%$ größer als die messtechnisch ermittelten Werte. Da die beobachtete Streuung beträchtlich ist, wurde für die folgenden Simulationen der Koppelfaktor der Waage Nr. 2 verwendet, da zumindest der qualitative Kurvenverlauf mit der Simulation gut abgebildet werden konnte. Ist nicht die Möglichkeit gegeben, auf einen messtechnisch ermittelten Koppelfaktor zurückzugreifen, sollte durchaus eine Streuung von $\pm 15\%$ um den numerisch ermittelten Wert in Betracht gezogen werden, um Grenzwerte des Systemverhaltens abbilden zu können.

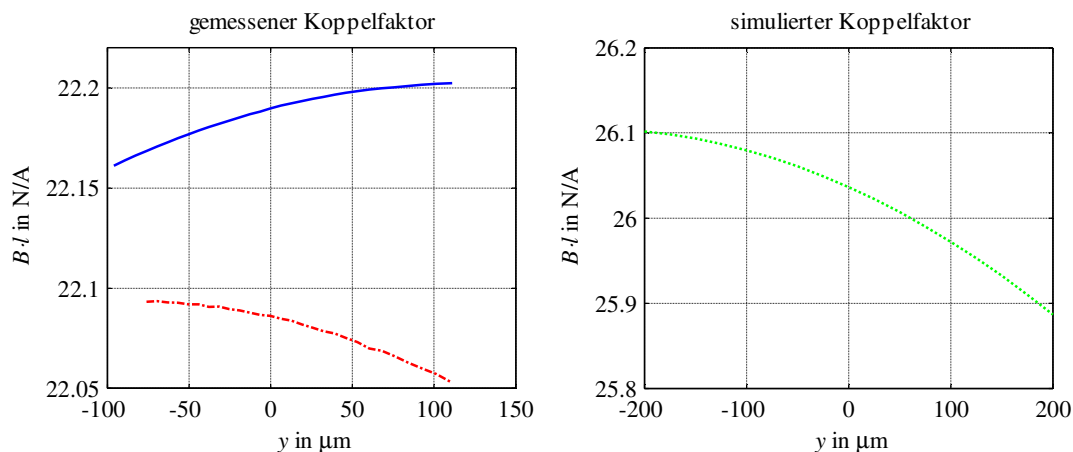


Abb. 6.2: gemessener Koppelfaktor (links) der Waagen 1 (blau durchgezogen) und 2 (rot Strichpunkt) sowie simulierter Koppelfaktor (rechts)

6.1.2 Bestimmung der Gesamtfederkonstante des mechanischen Systems

Mit der Gesamtfederkonstante kann das statische mechanische Verhalten einer Waage sehr gut beschrieben werden. Die experimentelle Ermittlung wurde bereits in Kapitel 4.3.1.1, S. 63 vorgestellt. Hierbei wurde großer Wert darauf gelegt, die Bestimmung der Federkonstante mit unbestromter Spule durchzuführen, um die Federkonstante von Nichtlinearitäten des elektromagnetischen Antriebs trennen zu können. Im Fall der Simulationen kann dieses Vorgehen vereinfacht werden, da an jedem beliebigen Punkt des Modells Kräfte eingeprägt werden können. Zur Bestimmung der Federkonstante mit dem Starrkörpermodell wurde in die Waagschale ein Kraftsignal von 1 mN in y -Richtung eingeprägt und die Auslenkung des Hebels ebenfalls in y -Richtung beobachtet. Diese Vorgehensweise wurde analog dazu für das FEM-Modell angewandt. Für beide Modelle

wurde der Einfluss der Variation der Federkonstanten durch Fertigungstoleranzen (siehe Kapitel 4.2.1.1, S. 45 und 4.2.2.2, S. 54) berücksichtigt.

Tabelle 11: Vergleich der numerisch und experimentell ermittelten Gesamtfederkonstante

	Simulation			Messung	
	E_{Min} oder k_{Min}	$E_{Nominell}$ oder $k_{Nominell}$	E_{Max} oder k_{Max}	Waage Nr. 1	Waage Nr. 2
Starrkörpermodell	3,2 N/m	6,2 N/m	8,2 N/m	8,4 N/m	8,6 N/m
FEM-Modell	3,9 N/m	7,6 N/m	11,4 N/m		

Aus Tabelle 11 kann entnommen werden, dass das Starrkörpermodell selbst mit maximaler Federkonstante für die Federgelenke um 2...5 % weicher ist als die experimentell untersuchten Waagen. Dieses Verhalten kann auf die Approximation der Nachgiebigkeit des Hebels durch zwei Zugfederkonstanten erklärt werden. Das FEM-Modell hingegen verhält sich für den Nominalfall wesentlich steifer als das Starrkörpermodell (siehe Abb. 6.3). Zusätzlich wirkt sich die Streuung der Fertigungstoleranzen wesentlich stärker auf die Streuung der Gesamtfederkonstante aus. Diese Eigenschaft kann ebenfalls über eine getroffene Modellannahme begründet werden: Die Änderung der Federkonstante wurde in ein isotropes Materialmodell umgerechnet. Die Federsteifigkeiten quer zur Hauptrichtung ändern sich damit in einem Maße, das über die tatsächliche Änderung der Federkonstanten, bedingt durch Fertigungstoleranzen, hinausgeht.

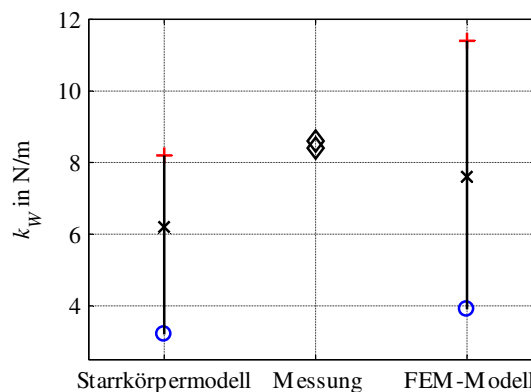


Abb. 6.3: Darstellung der numerisch und experimentell ermittelten Gesamtfederkonstante, x – mit Nominalwert für E-Modul bzw. Federkonstante, o – mit Minimalwert, + - Maximalwert, \diamond - Messung

6.1.3 Verformung der Waagenmechanik unter Schwerkraft

Bei Aufbringung einer Last auf die Waagschale und Ausregeln der Hebellage sollten für einen ideal steifen mechanischen Aufbau alle Komponenten einer Waage in ihre Ausgangslage zurückkehren. Auf Grund der Elastizität der Waagenmechanik kann jedoch schon durch die Einwirkung der Schwerkraft eine Verformung der Waagenmechanik beobachtet werden (siehe Abb. 6.4).

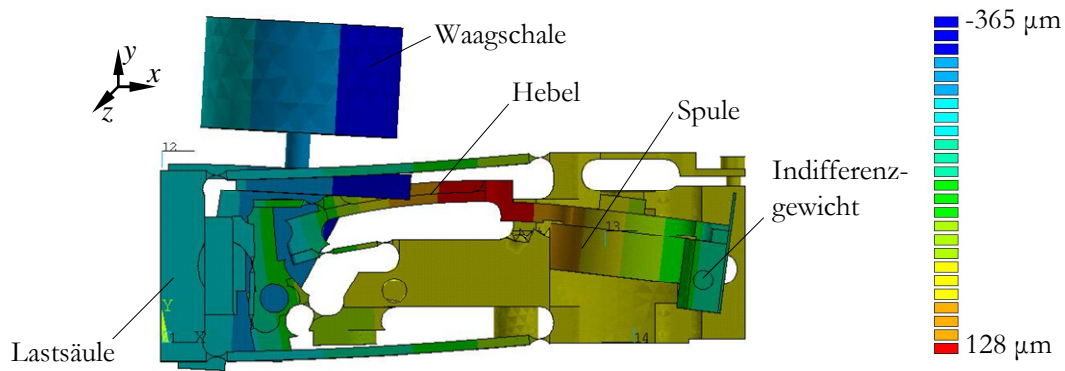


Abb. 6.4: Durchbiegung der Waagenmechanik unter Einwirkung der Schwerkraft, Verformung in y-Richtung

Die Grenzen der Verformbarkeit der Modelle – abgesehen von der Hauptbewegung – kann für verschiedene Verschiebungen aufgezeigt werden. Zunächst soll das Absenken der Lastsäule durch die Einwirkung der Schwerkraft und unterschiedliche Massezuladung für beide Modelle betrachtet werden.

Tabelle 12: Verschiebung des Koppelstücks in y-Richtung unter Schwerkrafteinfluss für verschiedene Masseauflagen

Modell	Masse	E_{Min} oder k_{Min}	$E_{Nominell}$ oder $k_{Nominell}$	E_{Max} oder k_{Max}
FEM-Modell	0 g	-2,48 μm	-2,26 μm	-2,18 μm
	100 g	-3,98 μm	-3,63 μm	-3,49 μm
	200 g	-5,48 μm	-4,99 μm	-4,79 μm
Starrkörpermodell	0 g	-0,84 μm	-0,79 μm	-0,77 μm
	100 g	-1,38 μm	-1,29 μm	-1,26 μm
	200 g	-1,94 μm	-1,79 μm	-1,75 μm

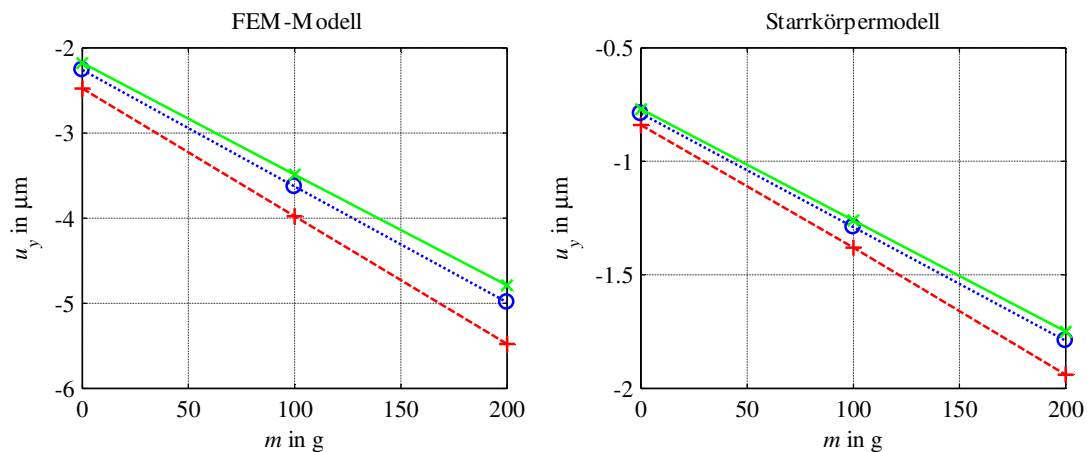


Abb. 6.5: Verschiebung der Lastsäule in y-Richtung unter Schwerkraft für 0 g, 100 g und 200 g für das FEM-Modell (links) sowie das Starrkörpermodell (rechts), bei E_{Min} oder k_{Min} (rot gestrichelt), $E_{Nominell}$ oder $k_{Nominell}$ (blau gepunktet) sowie E_{Max} oder k_{Max} (grün durchgezogen)

Aus Tabelle 12 sowie Abb. 6.5 ist ersichtlich, dass mit dem Starrkörpermodell zwar eine Verformung der Mechanik in y-Richtung abgebildet werden kann, diese jedoch wesentlich kleiner ist als mit dem FEM-Modell. Diese Eigenschaft ist vermutlich insbesondere auf die sehr steife Modellierung des Hebels und der Parallelenker zurückzuführen.

Aus Abb. 6.4 kann zusätzlich entnommen werden, dass sich durch die Durchbiegung des Hebels unter Last die Spule und das Indifferenzgewicht in negative x -Richtung (also in Richtung der Waagschale) verschieben. Dieser Effekt konnte ebenfalls messtechnisch nachgewiesen werden: Auf das Indifferenzgewicht einer Waage wurde eine reflektierende Schicht aufgebracht und der Messstrahl eines Interferometers im ausgeregelten Zustand der Waage darauf gerichtet. Bei Zuladung einer Masse konnte eine deutliche Verschiebung in x -Richtung bestimmt werden (siehe Abb. 6.6).

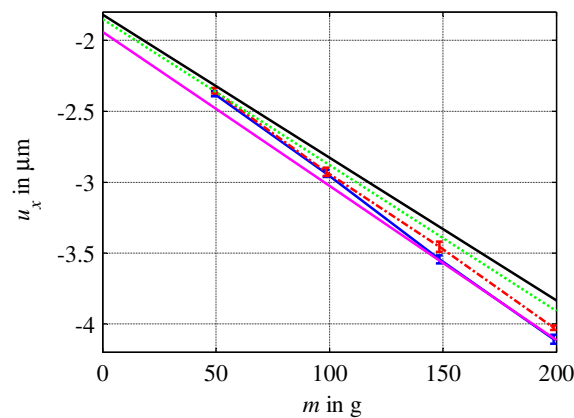


Abb. 6.6: Verschiebung des Indifferenzgewichtes in x -Richtung in Abhängigkeit der aufgelegten Masse, gemessen für Waage 1 (blau durchgezogen), Waage 2 (rot Strichpunkt) und mit dem FEM-Modell simuliert ($E_{Nominal}$ – grün gepunktet, E_{min} – magenta, E_{Max} – schwarz +)

Für die untersuchten Waagen konnte aus der Messung ein Verschiebungskoeffizient von $-11,625 \mu\text{m/kg}$ (Waage Nr. 1) bzw. $-11,111 \mu\text{m/kg}$ (Waage Nr. 2) bestimmt werden. In der Simulation mit dem FEM-Modell konnten die Werte aus Tabelle 13 ermittelt werden. Zusammen mit dem Offset der simulierten Kennlinien, bedingt durch die Fertigungstoleranzen der Einkörpergelenke, werden die gemessenen Werte gut von den simulierten abgebildet (siehe Abb. 6.6).

Tabelle 13: Verschiebung des Indifferenzgewichtes in x -Richtung in Abhängigkeit von Masse und E-Modul

E_{Min}	$E_{Nominal}$	E_{Max}
$-10,867 \mu\text{m/kg}$	$-10,292 \mu\text{m/kg}$	$-10,083 \mu\text{m/kg}$

Diese Untersuchung wurde exemplarisch ebenfalls für das Starrkörpermodell bei nominaler Federkonstante durchgeführt. Hier konnte nur eine Verschiebung von $-0,41 \mu\text{m/kg}$ ermittelt werden, was eine Abweichung um rund zwei Größenordnungen gegenüber den gemessenen Werten darstellt. Diese dramatische Abweichung ist auf die Grundeigenschaft des Modells, welches Körper als starr beschreibt, zurückzuführen und kann nur durch Einfügen weiterer Elastizitäten reduziert werden.

6.2 Dynamische Validierung der Modelle

Im vorangegangenen Abschnitt wurde für das statische Verhalten der Modelle für die Hauptbewegungen eine gute Übereinstimmung zwischen Simulation und Messung gezeigt, für die Durchbiegung des Systems zeigten sich im Falle des Starrkörpermodells modellbedingte Beschränkungen. Diese Untersuchungen werden im nächsten Abschnitt für den kompletten Messaufbau und dessen zeitabhängiges Verhalten fortgeführt. Zunächst muss jedoch das Modell zur Bestimmung der Dämpfung validiert werden.

6.2.1 Numerische Ermittlung der Dämpfung

In Kapitel 4.2.3.3, S. 58 wurde die Ermittlung der Dämpfung bereits eingeführt: Analog zu den durchgeführten Messungen aus Kapitel 4.2.3.2, S. 57 wurde der Magnet mit Topf und die Polplatte sowie der Spulenhalter modelliert. Der Spulenhalter wurde mit einer Geschwindigkeit beaufschlagt, die sich im Nulldurchgang ergibt, wenn der Hebel eine Schwingung mit einer Amplitude von $200\text{ }\mu\text{m}$ und einer Frequenz ω_0 von $25,2\text{ 1/s}$ ausführt. Da die Vergleichsmessung hierzu konstruktionsbedingt zwangsläufig ohne Lageindikator erfolgte, konnte eine Verschiebung des Spulenhalters gegenüber der Nennnulllage nicht ausgeschlossen werden. Die Variation der Lage des Spulenhalters wurde mit maximal $\pm 100\text{ }\mu\text{m}$ abgeschätzt und als variable Größe in die Simulation aufgenommen (siehe Abb. 6.7).

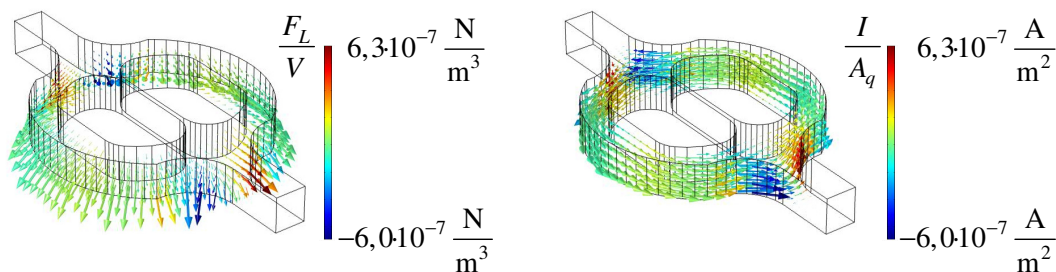


Abb. 6.7: Im Spulenhalter simulierte Lorentzkraftdichte (links) und induzierte Wirbelstromdichte (rechts) bei einer Schwingungsgeschwindigkeit von $\sim 5\text{ mm/s}$ ohne Verschiebung gegenüber der Nennnulllage

Die qualitative Verteilung der Lorentzkraft konnte mit dieser Simulation ebenso bestimmt werden wie die induzierte Wirbelstromdichte im Spulenhalter (siehe Abb. 6.7).

Mit der abgeschätzten bewegten Masse von $\sim 37\text{ g}$ wurde aus den ermittelten Kräften je eine Abklingkonstante ermittelt (siehe Tabelle 14). Die simulierte Abklingkonstante weicht um $\sim 28\text{ }\%$ von der gemessenen ab. Als Gründe für diese Abweichungen können die gleichen wie bereits in Abschnitt 6.1.1 ins Feld geführt werden, nämlich die Vereinfachung der Geometrie und die Annahme von Tabellenwerten für Materialparameter. Des Weiteren beschreibt der Hebel in der Realität nicht nur eine Auf- und Abwärtsbewegung, wie hier angenommen, sondern eine Rotation um den Drehpunkt sowie eine Vor- und Rückwärtsbewegung. Hierbei werden größere Gradienten des B-Feldes

überstrichen als bei einer reinen Bewegung in y-Richtung. Darüber hinaus konnte bereits in Messungen eine dramatische Abhängigkeit des Systems von der Lage und der Justage des Magnetkreises festgestellt werden. Für die Messungen musste das System mehrfach auseinandergenommen und wieder zusammengefügt werden, eine Justagemöglichkeit war jedoch nicht gegeben.

Tabelle 14: Vergleich zwischen simulierter und gemessener Abklingkonstante

Verschiebung in y-Richtung	Lorentzkraft	Abklingkonstante	
		Simuliert	Gemessen
-100 μm	$-8,9 \cdot 10^{-4} \text{ N}$	2,399 1/s	2,5969 1/s
0 μm	$-8,6 \cdot 10^{-4} \text{ N}$	2,318 1/s	
100 μm	$-8,4 \cdot 10^{-4} \text{ N}$	2,265 1/s	

Als erste Abschätzung der Dämpfung kann diese Simulation hingenommen werden, für verlässlichere Simulationen sollte sie jedoch noch erweitert und vertieft werden. Zusätzlich wäre eine Betrachtung des Verhaltens der gekapselten Spule für die Gesamtdämpfung wünschenswert, hier müsste auch die frequenzabhängige Form der ausgebildeten Wirbelströme noch berücksichtigt werden. Da die Ergebnisse der Simulation für den wesentlich einfacheren Fall jedoch noch nicht die benötigte Qualität aufweisen, wurde auf diese sehr aufwändige Simulation verzichtet.

Auf Grund der rudimentären Ergebnisse der Dämpfungssimulation wurden die messtechnisch ermittelten Werte in den folgenden Simulationen weiterverwendet.

6.2.2 Dynamische Validierung des Starrkörpermodells

6.2.2.1 Ermittlung der Übertragungsfunktion des Starrkörpermodells

Zur Bestimmung der Übertragungsfunktion des Starrkörpermechanikmodells wurde eine analoge Vorgehensweise zur realen Messung gewählt: Der Regelkreis wurde geöffnet und die Mechanik über die Spule mit einer Kraft (äquivalent zum aufgebrachten Strom) beaufschlagt, bis der Hebel sicher in der Nulllage eingeschwungen war. Im nächsten Schritt wurde zu dem Spulenstrom ein PRBS addiert und der Strom und die resultierende Abtastlage bzw. das Abtastsignal synchron aufgezeichnet. Zusätzlich wurde in einem weiteren Experiment nach dem Einschwingen des Hebels ein ebenfalls PRBS-förmiges Kraftsignal in die Waagschale eingeleitet (siehe hierzu auch Grundlagen, Abschnitte 2.4.2 und 2.4.3, S. 24 ff.). Die ermittelten Frequenzspektren werden in Abb. 6.8 dargestellt. Die Dämpfung des Systems wird durch das gewählte Dämpfungsmodell sehr gut approximiert.

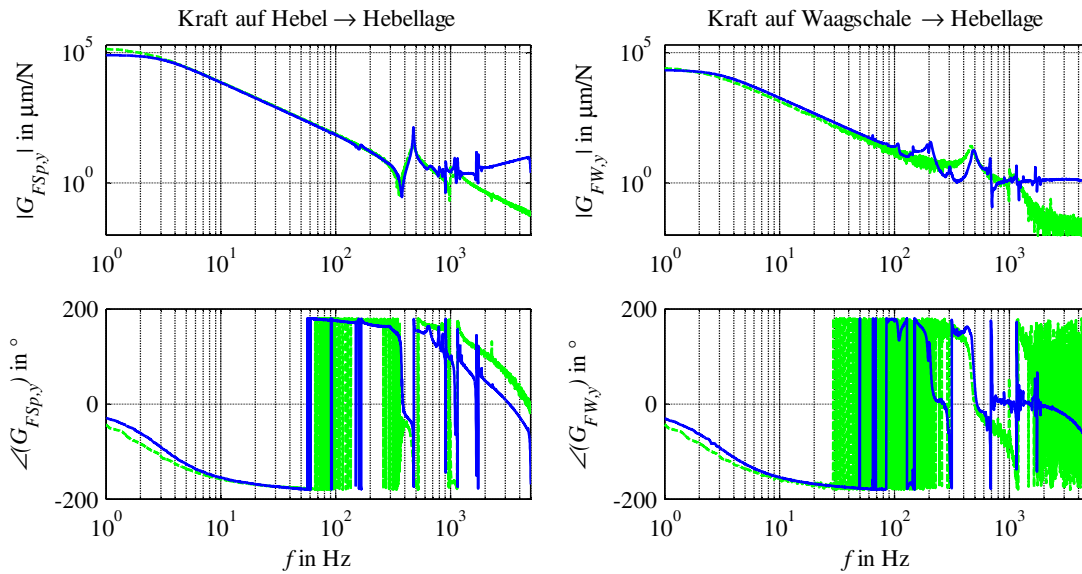


Abb. 6.8: Vergleich zwischen Simulation (grün gepunktet) und Messung (Waage 1 – blau durchgezogen) (links) des Frequenzganges bei Anregung an der Spule (links) und Anregung an der Waagschale (rechts)

Der Vergleich zwischen Simulation und Messung zeigt, dass bei Anregung am Hebel die Frequenz der Hauptresonanz gut abgebildet werden kann – gemessen wurden 475,6 Hz, simuliert wurden 470,3 Hz, was einer sehr geringen Abweichung von $\sim 1\%$ entspricht. Die Amplitude der simulierten Resonanzen liegt deutlich unter der gemessenen, was auf die Modellierung des Hebels aus zwei starren, über Federn miteinander verbundene Balken zurückzuführen ist. Betrachtet man den Frequenzgang der Waage bei Anregung an der Waagschale, kann mit dem Starrkörpermodell lediglich die Resonanz abgebildet werden, die auch bei Anregung an der Spule sichtbar wird. Die Resonanz bei 306,5 Hz kann auf Grund des starren Systemverhaltens nicht sichtbar gemacht werden. Die Resonanz bei 200 Hz ist auf die Nachgiebigkeit der Überlastsicherung zurückzuführen, diese wurde in der Modellierung jedoch nicht berücksichtigt. Auf eine Simulation mit minimaler bzw. maximaler Federkonstante wurde an dieser Stelle auf Grund der langen Rechendauer verzichtet.

6.2.2.2 Reaktion des geregelten Starrkörpermodells auf einen Führungssprung

Zur Überprüfung des Zusammenspiels von Starrkörpermodell, Modellbeschreibung von Spule, Lageindikator und Regler bietet es sich zunächst an, das ungestörte System anzuregen. Hierzu wird der Hebel zunächst auf die Nulllage eingeregelt, dann wird der Sollwert des Reglers sprunghaft geändert und die Hebelposition sowie der fließende Spulenstrom parallel erfasst (siehe Abb. 6.9). Sowohl für das Lagesignal als auch für den Spulenstrom liegt das simulierte Ergebnis für die nominale Federkonstante genau zwischen den beiden gemessenen Werten.

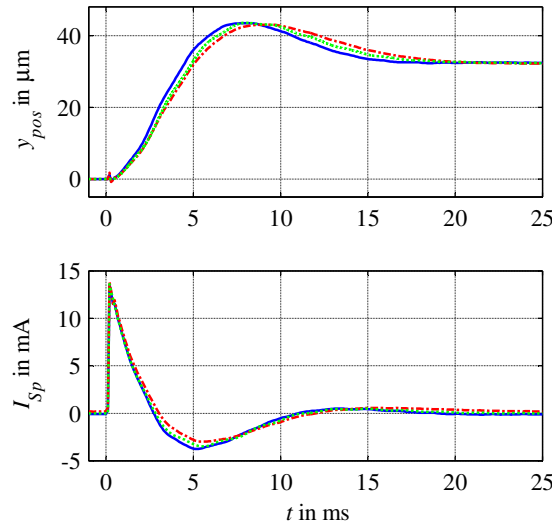


Abb. 6.9: Simulation (grün gepunktet) und Messung (Waage 1 – blau durchgezogen, Waage 2 – rot Strichpunkt) der Hebellage und des Spulenstroms bei Einspeisung eines Sollsprungs in den Regler

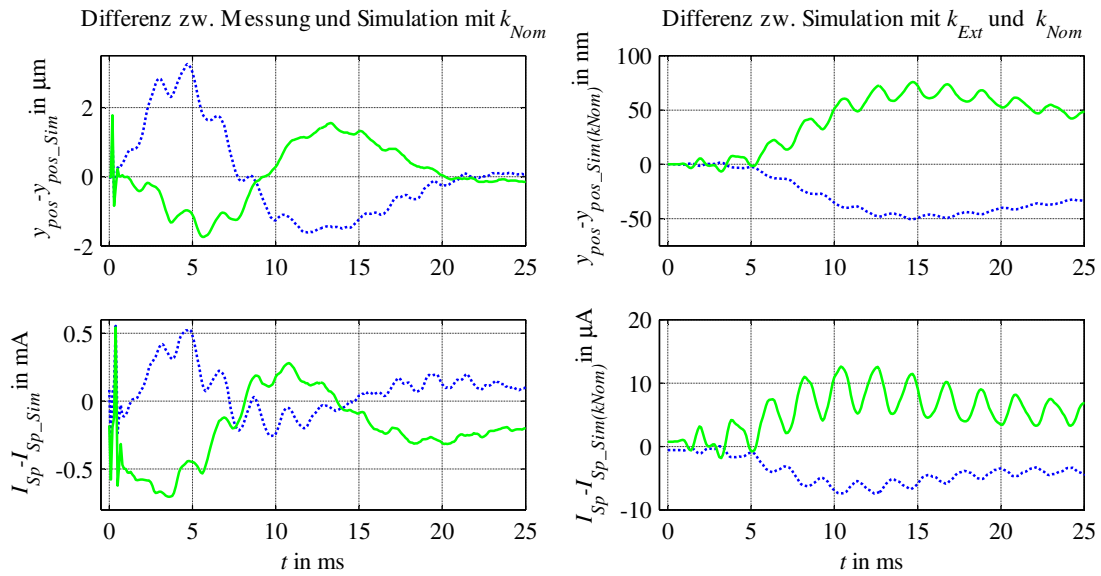


Abb. 6.10: Simulation des Systemverhaltens bei sprunghafter Änderung der Sollgröße. Links: Differenz zwischen gemessenen Werten (Waage Nr. 1: blau gepunktet, Waage Nr. 2: grün durchgezogen) und mit $k_{Nominal}$ simuliert. Rechts: Differenz zwischen Simulation mit $k_{Maximal}$ und $k_{Nominal}$ (grün durchgezogen) und $k_{Minimal}$ und $k_{Nominal}$ (blau gepunktet)

In Abb. 6.10 wird auf der linken Seite in der oberen Abbildung die Differenz zwischen den gemessenen Hebelpositionen und der mit nominaler Federkonstante simulierten Hebelposition dargestellt, in der unteren Abbildung die dazugehörigen Differenzen zwischen gemessenem und simuliertem Spulenstrom. In der rechten Abbildung werden die Differenzen für Hebelposition und Strom für die Simulationen mit maximaler, minimaler und nominaler Federkonstante dargestellt. Hieraus ist zu entnehmen, dass die Differenzen, die aus der Streuung der Federkonstanten resultieren, we-

sentlich kleiner sind als die Abweichungen der Messungen zu der Simulation mit Nominalwert. Diese Unterschiede sind unter anderem auf die Parameterstreuungen des elektromagnetischen Antriebs zurückzuführen, welche in der Simulation nicht berücksichtigt wurden. Die hochfrequenten Schwingungen, welche in der rechten Abbildung sichtbar sind, resultieren aus geringen Phasenverschiebungen der Signale zueinander, bedingt durch die unterschiedlichen Steifigkeiten.

6.2.2.3 *Simulation des Ausregelvorgangs nach einem Lastwechsel mit dem Starrkörpermodell*

Zur Überprüfung des Modellverhaltens für den Anwendungsfall eines Lastwechsels wird das System zunächst auf die Nulllage geregelt und dann mit einem Kraftsprung auf die Waagschale in y-Richtung beaufschlagt. In Abb. 6.11 werden das gemessene und mit nominaler Federkonstante simulierte Ausschlagen des Hebels sowie die jeweils dazugehörige Antwort des Spulenstroms dargestellt. Auch hier ist ein deutlicher Unterschied im Verhalten der beiden Waagen zu beobachten. Die simulierten Werte sowohl für die Position als auch den Spulenstrom approximieren das gemessene Verhalten sehr gut, die Schwingungen, welche insbesondere auf dem gemessenen Spulenstrom sichtbar sind, können zwar abgebildet werden, weisen jedoch eine wesentlich geringere Amplitude auf.

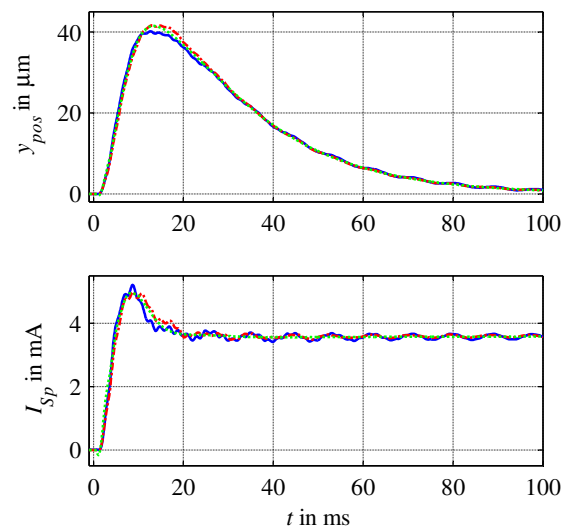


Abb. 6.11: Simulation des Ausregelvorgangs nach einem Lastwechsel von 100 g. Oben: gemessene Hebelposition zweier verschiedener Waagen (blau durchgezogen – Waage 1, rot Strichpunkt – Waage 2) sowie mit $k_{Nominal}$ simuliert (grün gepunktet); unten: gemessener sowie simulierter Spulenstrom

Die Abweichungen zwischen Simulation und Messung bzw. zwischen den Simulationen bei Berücksichtigung verschiedener Federsteifigkeiten verhalten sich erwartungsgemäß in der gleichen Größenordnung wie in Abschnitt 6.2.2.2 (siehe Abb. 6.10 und Abb. 6.12).

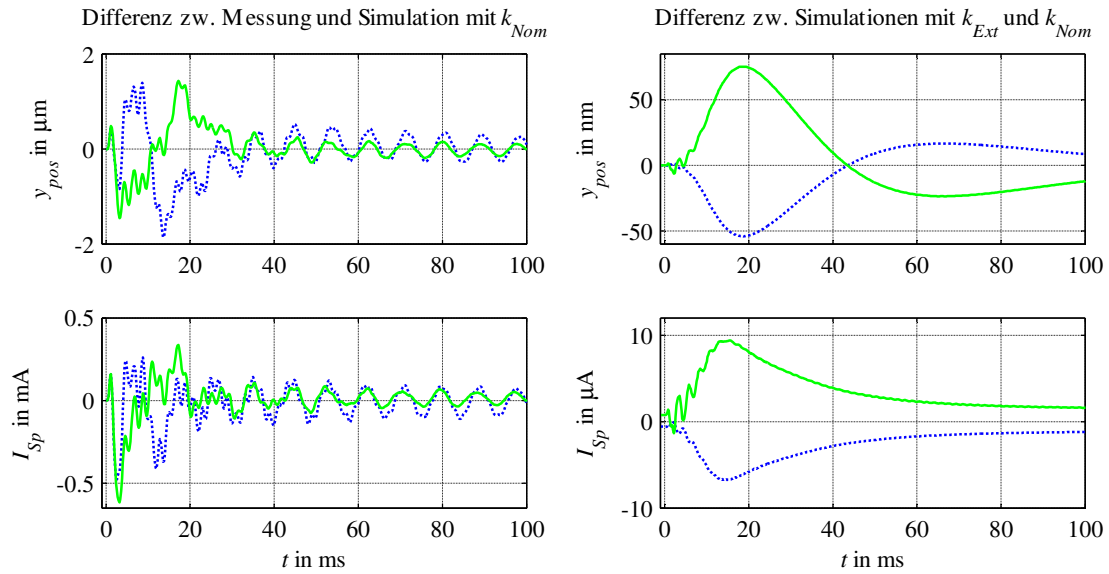


Abb. 6.12: Simulation des Systemverhaltens bei Aufbringung eines Lastwechsels. Links: Differenz zwischen gemessenen Werten (Waage Nr. 1: gepunktet, Waage Nr. 2: durchgezogen) und mit $k_{Nominal}$ simuliert. Rechts: Differenz zwischen Simulation mit $k_{Maximal}$ und $k_{Nominal}$ (durchgezogen) und $k_{Minimal}$ und $k_{Nominal}$ (gepunktet)

6.2.3 Dynamische Validierung des FEM-Modells

6.2.3.1 Vergleich einer FEM-Modalanalyse mit Eigenfrequenzen aus einer Shakermessung

Wie bereits in Kapitel 3.3.3, S. 18 erläutert, können mittels einer Modalanalyse die Eigenfrequenzen und normierten Eigenformen eines ungedämpften mechanischen Systems ermittelt werden. Aus diesen Simulationen können bei sehr geringem Aufwand bereits wichtige Schlüsse auf das dynamische Verhalten eines Systems gezogen werden. Auch für diese Simulation wurde die Variation der Federkonstanten durch Anpassung des E-Moduls in den Einkörpergelenken berücksichtigt. Die Ergebnisse der Simulation werden mit Eigenfrequenzen verglichen, welche experimentell aus Untersuchungen mit einem elektromagnetischen Shaker gewonnen wurden.

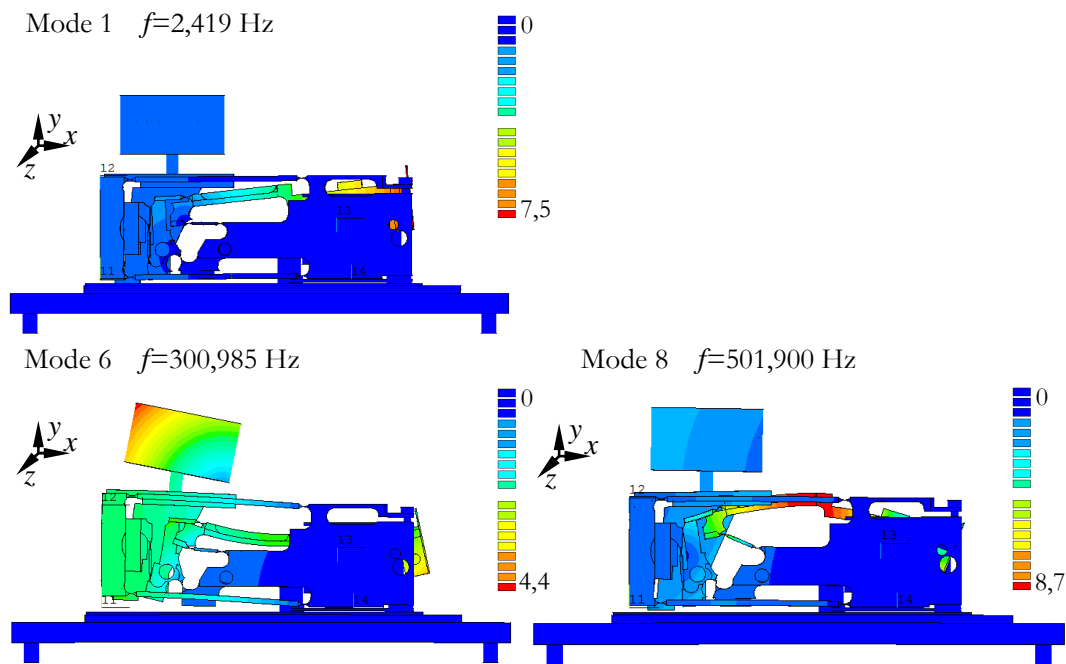


Abb. 6.13: Eigenformen mit dominanter Verformung in y-Richtung mit $E_{Nominal}$ simuliert

Die erste Mode in Tabelle 15 entspricht der Auf- und Abwärtsbewegung des Hebels in y-Richtung (siehe Abb. 6.13), alle übrigen aufgeführten Moden sind Biegemoden. Hier sind insbesondere die dargestellten Moden 6 und 8 interessant, da die Hebelresonanzen deutlich sichtbar sind.

Tabelle 15: Messergebnisse aus Shaker-Untersuchung und Simulationsergebnisse aus einer Modalanalyse

Messwert in Hz	Simulationsergebnisse in Hz			
	Mode Nr.	$E_{Minimal}$	$E_{Nominal}$	$E_{Maximal}$
2,82	1	1,74	2,42	2,87
322,0	6	294,1	301,0	304,1
522,5	8	481,5	501,9	509,4
857,5	13	845,5	851,4	857,3
1060	17	972	1023	1052
1682	29	1669	1669	1670
1753	30	1704	1723	1733

Vergleicht man die Ergebnisse aus Simulation und Messung, sind vor allem die Diskrepanz bei der simulierten sechsten Mode zu dem gemessenen Wert sowie die Abweichung der Simulationsergebnisse mit minimalem E-Modul zu den Messwerten auffällig. Diese Abweichungen können zunächst nur durch Unterschiede von Messaufbau zu Modellansatz erklärt werden: Für die Messung wurde der Beschleunigungssensor auf der Waagschale befestigt. Der Überlastschutz der Wägezelle (siehe Abschnitt 4.2.1.2, Abb. 4.19) wurde in dem FEM-Modell starr modelliert, bringt de facto aber eine zusätzliche Federkonstante in das System ein. Für die Messung wurde der Shaker mit einem weißen

Rauschen gespeist und die Waage in y-Richtung beschleunigt. Die Montage der Waage erfolgte mit der Grundplatte auf der Armatur; um mögliche Schäden an der Mechanik zu unterbinden, wurde der Hebel festgelegt. Durch die Biegung des Hebels sind bei diesem Versuch trotzdem noch die meisten Moden beobachtbar, die Frequenzen sind jedoch gegenüber einer freien Bewegung verschoben. Trotzdem ist die Abweichung zwischen Simulation und Messung nie größer als $\sim 9\%$, was als gute Übereinstimmung gewertet werden kann.

Der Vergleich der achten Eigenform – die mit 502 Hz die in vielen Messungen deutlich anschwingende Hebelresonanz repräsentiert – mit der verformten Geometrie unter Schwerkrafteinfluss zeigt deutliche Übereinstimmungen (siehe Abb. 6.14). Mit der zunehmenden Durchbiegung des Hebels bei Zuladung von Masse auf der Waagschale kann gut erklärt werden, warum die Amplitude der Hebelresonanz für diesen Fall dramatisch ansteigt.

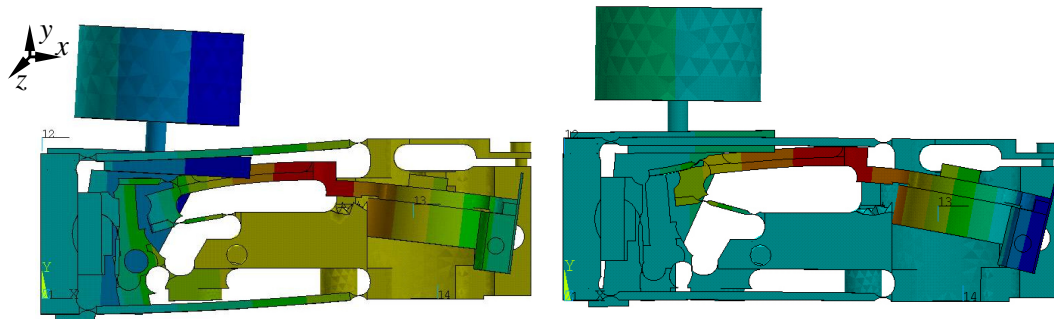


Abb. 6.14: Qualitativer Vergleich der Verformung in y-Richtung unter Schwerkraft (links) und für die 8. Mode (rechts)

6.2.3.2 Untersuchung des Einflusses der Aufstellbedingungen auf die anschwingenden Eigenmoden mit dem FEM-Modell

Aus verschiedenen Messungen war bekannt, dass sich die anschwingende Hebelresonanz in Abhängigkeit der Steifigkeit der Aufstellbedingungen wesentlich in ihrer Amplitude und Frequenz ändert. Um diesen Effekt systematisch untersuchen zu können, wurde das Modell um eine elastische Aufstellung in Form von Federelementen ergänzt, die zwischen Gerätefuß und einem raumfesten Punkt definiert wurden. Diese Federelemente bekamen identische Federsteifigkeiten in alle drei Raumrichtungen zugeordnet. Für das erweiterte Modell wurde für jede definierte Federkonstante eine Modalanalyse durchgeführt und die Frequenzen der Moden mit relevanten Eigenformen (siehe Abb. 6.13) aufgenommen (siehe Abb. 6.15). Die Kennzeichnung zusammengehöriger Eigenformen erfolgte mit je einer gemeinsamen Farbe. Es ist deutlich sichtbar, dass sich mit zunehmender Federkonstante die Frequenz der anschwingenden Moden erhöht. Zusätzlich kommen ab ca. 750 kN/m weitere Moden hinzu.

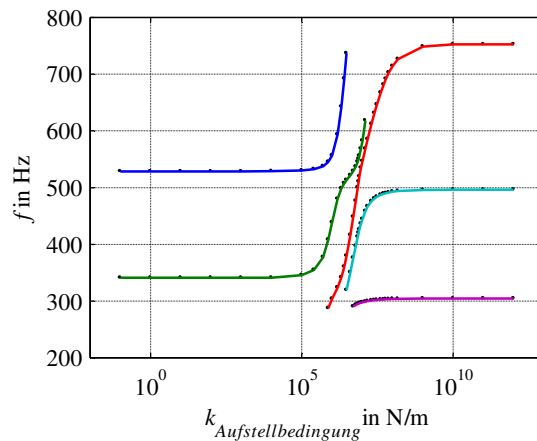


Abb. 6.15: Verschiebung der anschwingenden Moden und deren Frequenz in Abhängigkeit der Aufstellbedingung

Diese Erkenntnis ist ebenfalls relevant für die Deutung der Ergebnisse aus Abschnitt 6.2.3.1: Die Modalanalyse wurde für eine ideal steife Lagerung durchgeführt, die Lagerung der Armatur des Shakers verfügt jedoch über eine geringe Steifigkeit, welche ebenfalls auf das Verhalten der untersuchten Waage rückwirkt.

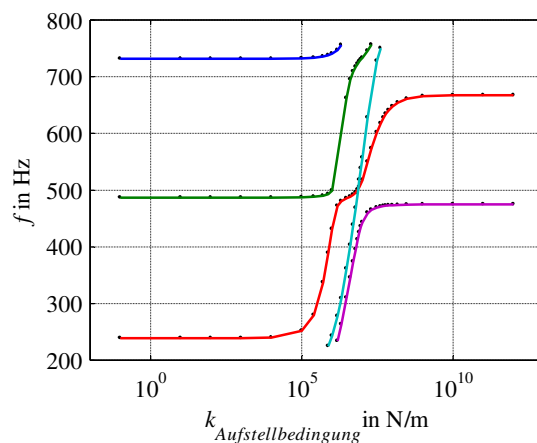


Abb. 6.16: Verschiebung der anschwingenden Moden und deren Frequenz in Abhängigkeit der Aufstellbedingung bei einer Masseauflage von 200 g auf der Waagschale

Die Simulation wurde für eine Masseauflage von 200 g wiederholt (siehe Abb. 6.16), da in verschiedenen Messungen ebenfalls beobachtet wurde, dass zwar die erste Eigenfrequenz nahezu unabhängig von der aufgelegten Masse ist, nicht jedoch die Hebelresonanz (siehe Kapitel 5.2.2.1, Abb. 5.9). Dieser Effekt ist auch aus der Modalanalyse ablesbar. Zusätzlich kann festgestellt werden, dass auch für die maximale Zusatzmasse eine Erhöhung der Frequenz mit der Federkonstante der Aufstellbedingung stattfindet. Eine dramatische Änderung der Eigenfrequenzen und -formen findet für beide Massen im Bereich von $\sim 100 \text{ kN/m} \dots \sim 100 \text{ MN/m}$ statt. Aus dieser Simulation kann als Minimalforderung an die Steifigkeit der Aufstellbedingung ein Wert $> 100 \text{ MN/m}$ ermittelt werden, um ein unkontrolliertes Anschwingen der Hebelresonanz zu unterdrücken.

In Kapitel 2.3.4, S. 19 wurde kurz erläutert, dass aus den Eigenmoden, die in einer Modalanalyse berechnet werden, per modaler Superposition der Frequenzgang eines mechanischen Systems ermittelt werden kann. Der zusätzliche Rechenaufwand gegenüber einer Modalanalyse ist damit nahezu vernachlässigbar, allerdings können aus der Frequenzganganalyse Rückschlüsse auf die realen Amplituden gezogen werden, was mit der Modalanalyse nicht möglich ist. Für die Methode der modalen Superposition können keine diskreten Dämpfer zum Einsatz kommen, da damit eine Entkopplung der Matrizen nicht mehr möglich ist. Aus diesem Grund wird die Dämpfung für diese Simulation nicht per Dämpferelement definiert, sondern per Rayleigh-Dämpfung, wie bereits in Kapitel 4.2.5, S. 59 diskutiert.

Analog zu der Messung der Übertragungsfunktion für ein MISO-Modell (siehe Kapitel 5.5, S. 101) wird das System in der Simulation einmal mit einer Kraft an der internen Spule und einmal an der Waagschale angeregt. Für die Simulation wird zunächst der Einfluss der Aufstellbedingung vernachlässigt, da zwar bekannt ist, dass die Gerätefüße über eine gummierte Auflage verfügen, deren Steifigkeit jedoch nicht bekannt ist. Die Berechnung wurde mit $E_{Nominal}$ durchgeführt.

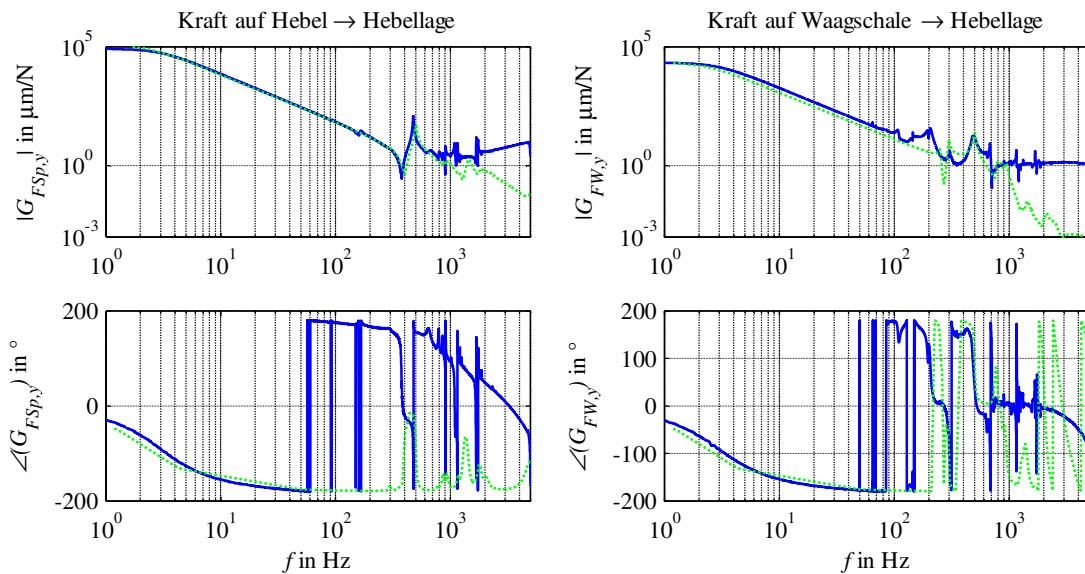


Abb. 6.17: Vergleich zwischen gemessenem Frequenzgang der Waage Nr. 1 (durchgezogen) und Simulation (gepunktet) bei mechanischer Erregung des Systems am Hebel (Abbildungen links) und an der Waagschale (rechts)

Der Vergleich zwischen Simulation und Messung (siehe Abb. 6.17) zeigt, dass für Erregung am Hebel die Simulation bereits gut mit der Messung übereinstimmt. Die Maxima der Hebelresonanz wurden bei 475,6 Hz gemessen und bei 502,1 Hz simuliert: Das entspricht einer Abweichung von $\sim 6\%$. Dieses Ergebnis kann insbesondere als gute Übereinstimmung gewertet werden, da für die Messung der Magnet des EM-Lastwechslers auf der Waagschale positioniert war, was zu einer Absenkung der Hebelresonanz um ~ 10 Hz gegenüber der unbelasteten Messung führte. Die Simula-

tion hingegen wurde für eine unbelastete Waagschale ausgeführt. Mit Berücksichtigung dieser Gegebenheit reduziert sich die Abweichung weiter bis auf $\sim 3,5\%$.

Die Simulation für die Erregung an der Waagschale zeigt eine wesentliche Abweichung gegenüber der Messung: Die Haupthebelresonanz kann abgebildet werden, ebenso die Resonanz bei ~ 300 Hz (306,5 Hz gemessen, 301,6 Hz simuliert). Der Resonanzpeak bei 200 Hz wird durch das Modell nicht abgebildet, da die Überlastsicherung ohne die vorgespannte Feder modelliert wurde. Die beiden Teile wurden hier als fest verbunden angenommen. Dieser Ansatz ist für statische Betrachtungen bei Masseauflage kleiner oder gleich der Maximallast zulässig, das dynamische Verhalten weicht hiervon jedoch offenbar ab.

Für beide Anregungspositionen kann ab ca. 1 kHz das gemessene Verhalten nicht mehr durch das simulierte approximiert werden. Jedoch sind auch die Messergebnisse für den Frequenzbereich > 1 kHz anfechtbar, da das Signal-zu-Rausch-Verhältnis hier bereits auf Grund der geringen Nutzamplitude der Hebelbewegung schlecht ist.

Die Approximation der Dämpfung durch Rayleigh-Dämpfung mit den ermittelten Parametern erzeugt über weite Bereiche des Modells ein realistisches Dämpfungsverhalten. Die simulierte Hebelresonanz ist etwas stärker bedämpft als in der Messung. Diese Abweichung ist auf die Umrechnung der diskreten Dämpfer in eine globale Dämpfung, korrelierend mit der Massen- und Steifigkeitsverteilung, zurückzuführen. Diese Abweichung sollte mittels einer Variation der Dämpfungskonstanten in einem physikalisch vertretbaren Rahmen berücksichtigt werden.

In Abschnitt 6.2.3.1 wurde gezeigt, dass durch die Variation der Federsteifigkeiten der Einkörpergeelenke durch Fertigungstoleranzen eine Verschiebung der Frequenzen aller anschwingenden Moden induziert wird.

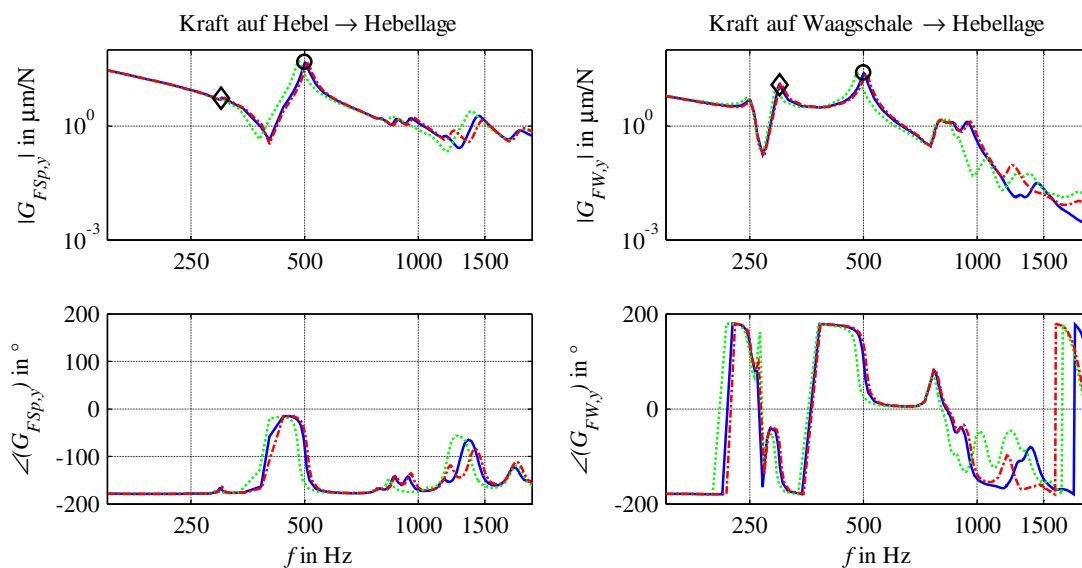


Abb. 6.18: Variation des simulierten Frequenzgangs bei Variation der Federkonstanten von $E_{Nominal}$ (blau durchgezogen) zu E_{Min} (rot Strichpunkt) und E_{Max} (grün gepunktet) bei Erregung an der Spule (links) bzw. an der Waagschale (rechts)

Die Ergebnisse dieser Modalanalyse wurden ebenfalls zur Bestimmung des resultierenden Frequenzgangs in eine modale Superposition überführt (siehe Abb. 6.18). Die Verschiebung der Frequenzen entspricht den in Tabelle 11 ermittelten Werten, aus Abb. 6.18 kann zusätzlich eine Erhöhung der Resonanzen um $\sim 10 \mu\text{m/N}$ abgelesen werden, wenn das E-Modul von E_{Max} auf E_{Min} abgesenkt wird. Zur Ermittlung des Streubereichsfrequenzgangs stellt die Variation der Federkonstanten eine wesentliche Eingangsgröße dar.

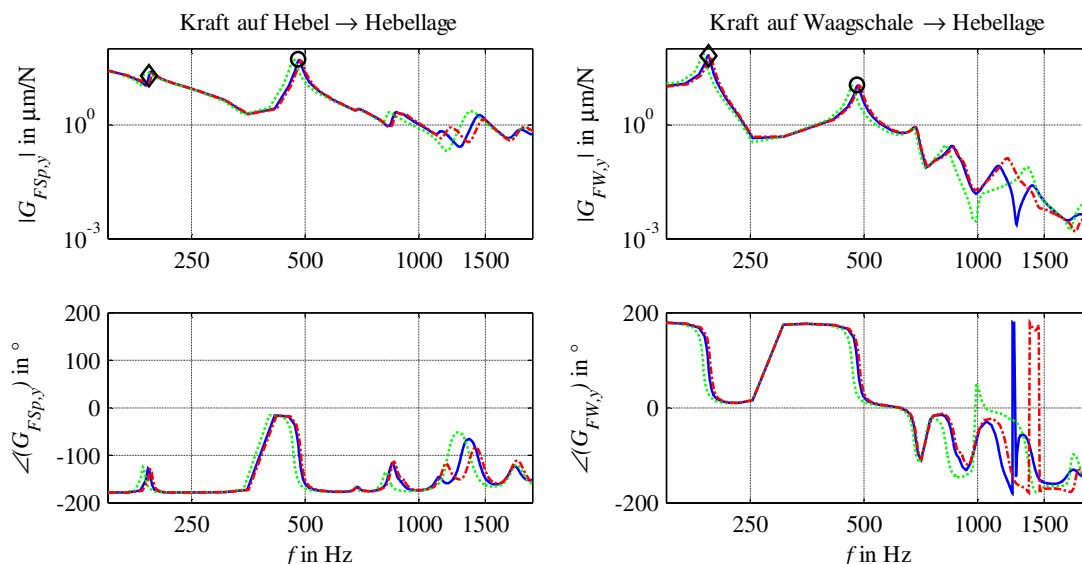


Abb. 6.19 Variation des simulierten Frequenzgangs für 200 g auf der Waagschale bei Variation der Federkonstanten von $E_{Nominal}$ (blau durchgezogen) zu E_{Min} (rot Strichpunkt) und E_{Max} (grün gepunktet) bei Erregung an der Spule (links) bzw. an der Waagschale (rechts)

Eine weitere wesentliche Einflussgröße auf das spektrale Verhalten für höhere Frequenzbereiche stellt die Masse auf die Waagschale dar (siehe Abb. 6.19). Hier erfolgt eine Verschiebung der Resonanz von 502,1 Hz auf 480,8 Hz für $E_{Nominal}$ (gekennzeichnet jeweils mit einem schwarzen Kreis) bei Änderung der Masse von 0 g auf 200 g. Die Resonanz bei 301,6 Hz wird bis auf 192,8 Hz verschoben (gekennzeichnet mit einer schwarzen Raute), zusätzlich steigt deren Amplitude signifikant an. Dieses Verhalten kann sich massiv destabilisierend auf den geschlossenen Regelkreis auswirken, da die Resonanzfrequenz wesentlich geringer ist als die, die für die unbelastete Waage als kritisch betrachtet wurde.

Bereits in Abschnitt 6.2.3.2 erfolgte eine Untersuchung des Einflusses der Aufstellbedingung auf die anschwingenden Moden. Diese Ergebnisse wurden ebenfalls in der harmonischen Analyse genutzt, um den ermittelten Resonanzen real auftretende Amplituden zuordnen zu können. In Abb. 6.20 wurde für Federkonstanten von $10^5 \dots 5 \cdot 10^8 \text{ N/m}$ analog zu Abb. 6.17 der Frequenzgang des Systems bei Anregung an der Spule bzw. der Waagschale bestimmt.

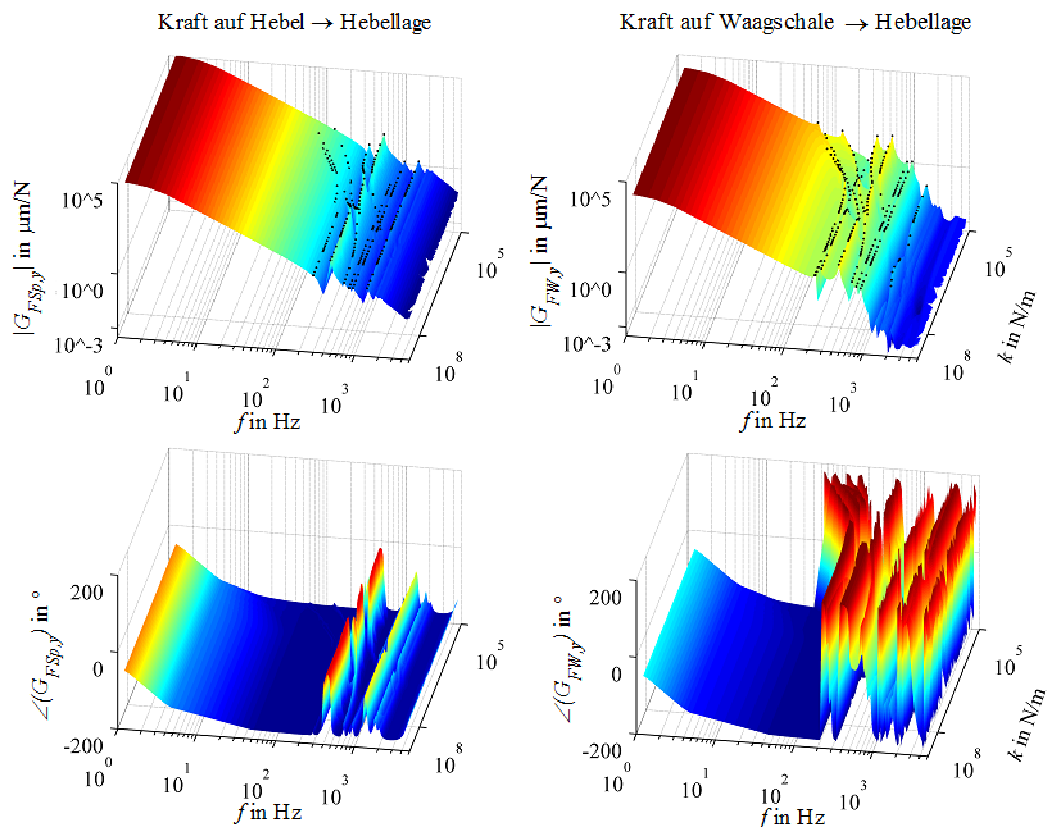


Abb. 6.20: Simulation der Verschiebung des Frequenzgangs in Abhängigkeit der Aufstellbedingung bei Erregung an der Spule (links) bzw. an der Waagschale (rechts). Mit schwarzen Punkten markiert: berechnete Resonanzspitzen

Aus der Simulation ist ersichtlich, dass sich insbesondere für Federkonstanten $< 1 \cdot 10^6$ N/m bei Anregung an der Spule zwei Resonanzspitzen ausbilden. Wesentlich größere Auswirkungen zeigen sich jedoch bei Anregung an der Waagschale: Hier zeigt sich bei einer Federkonstante von $1 \cdot 10^8$ N/m der Aufstellung die niedrigste Resonanz bei 253,2 Hz, die Hauptresonanz bei 495,7 Hz. Für eine minimal simulierte Federkonstante von $1 \cdot 10^5$ N/m tritt die niedrigste Resonanz bei 60,8 Hz, die Hauptresonanz bei 531,8 Hz auf. Des Weiteren treten statt drei Resonanzen < 600 Hz nun vier signifikante Spitzen auf. Dieses Verhalten ist dem Aufbau der Waagenmechanik mit Kniehebel und einem langen schlanken Hebel geschuldet und kann sich bei nicht eindeutig definierten Aufstellbedingungen massiv destabilisierend auf den Regelkreis auswirken.

6.2.3.4 Reaktion des geregelten FEM-Modells auf einen Führungssprung

Analog zu der Vorgehensweise im Falle des Starrkörpermodells wurde auch für das FEM-Modell das Zusammenspiel der Einzelkomponenten mit der Antwort auf einen Führungssprung simuliert (siehe Abb. 6.21). Für das FEM-Modell kann ebenfalls eine gute Übereinstimmung von Simulation und Messung für den geregelten Fall festgestellt werden. Da der Einfluss der Federkonstanten auf das Systemverhalten bereits ausführlich im Rahmen der harmonischen Analyse untersucht wurde

und eine transiente Simulation des Einschwingverhaltens vergleichsweise zeitaufwändig ist, erfolgte die Simulation der Sprungantwort nur mit nominalem E-Modul.

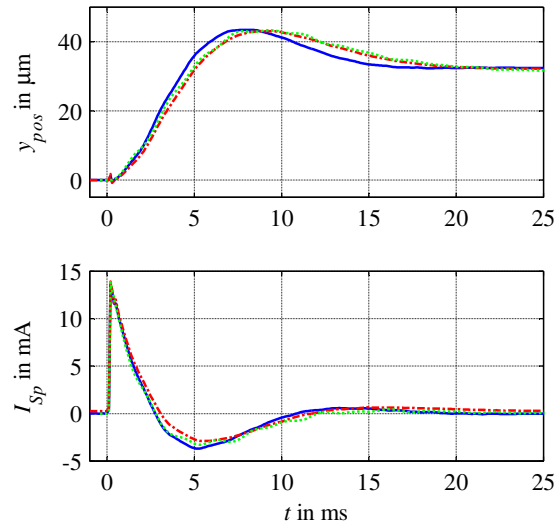


Abb. 6.21: Simulation (grün gepunktet) und Messung (Waage 1 – blau durchgezogen, Waage 2 – rot Strichpunkt) der Hebellage und des Spulenstroms bei Einspeisung eines Sollsprungs in den Regler

6.2.3.5 *Simulation des Ausregelvorgangs eines Lastwechsels auf der Waagschale mit dem FEM-Modell*

Analog zu der Vorgehensweise in Abschnitt 6.2.2.3 wurde auch für das FEM-Modell sprungförmig eine Kraft äquivalent zu einer Masse von 100 g auf die Waagschale aufgebracht und mit den gleichen Messwerten wie oben verglichen (siehe Abb. 6.22).

Auch hier ist eine gute Übereinstimmung von Simulation und Messung zu beobachten.

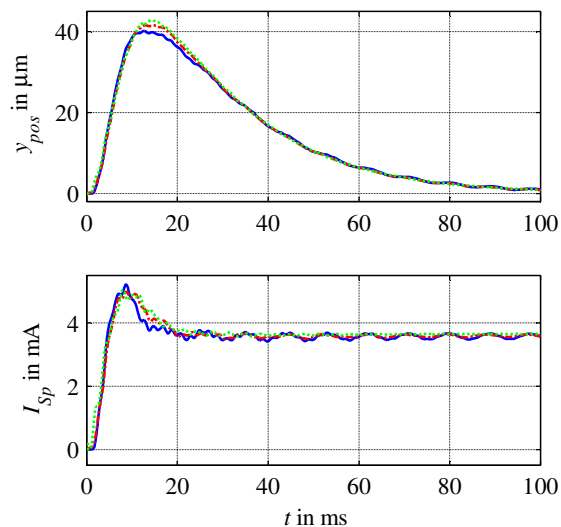


Abb. 6.22: Simulation (grün gepunktet) und Messung (Waage 1 – blau durchgezogen, Waage 2 – rot Strichpunkt) der Hebellage und des Spulenstroms bei Einspeisung eines Lastwechsels von 100g in die Waagschale

6.3 Vergleich der Modelle bezüglich Rechenzeit und anfallender Datenmenge

Ein nicht unwesentliches Kriterium für die Auswahl des geeigneten Modelltyps stellt die Rechenzeit und die Menge an anfallenden Daten dar. Diese Kenngrößen variieren beträchtlich je nach Anwendungsfall für die untersuchten Modelle. Für die betrachteten Fälle werden in Tabelle 16 die ermittelten Datenmengen und Rechenzeiten aufgeschlüsselt. Die Simulationen mit dem Starrkörpermodell wurden auf einem Rechner mit 8 GB Arbeitsspeicher und einem Intel® Core™ i7-2600 Prozessor mit 3,4 GHz unter einem Windows 7 64-bit Betriebssystem ausgeführt. Zur Anwendung kam Matlab® in der Version R2012a. Die FEM-Modelle wurden auf den Compute-Servern der TU Ilmenau gelöst. Hierfür standen zwei Quad Core CPUs Intel® Xeon® CPU X5550 mit 2,67 GHz und 24 GB Hauptspeicher zur Verfügung.

Als Simulationszeit wird die simulierte Zeitspanne bezeichnet. Die Zeit, die zur Durchführung der Simulation benötigt wird, wird Rechendauer genannt.

Tabelle 16: Vergleich der Rechendauer und der anfallenden Datenmenge für das untersuchte Starrkörper- und FEM-Modell

	Starrkörpermodell		FEM-Modell	
	Rechendauer	Datenmenge	Rechendauer	Datenmenge
Statische Untersuchungen	263 min 2 s Einschwingzeit bis zum Erreichen der Nulllage, 1,5 s effektive Simulationszeit	242 MB	0,93 min	719 MB
Transiente Untersuchungen	4,5 s/ms	70,9 KB/ms	6,05 min/ms	1,84 GB/ms
	Bezogen auf Simulationszeit		Bezogen auf Simulationszeit	
Spektrale Untersuchungen	676 min Einspeisung eines PRBS in unregelmäßige Mechanik, 9 s Simulationszeit	623 MB	162,05 min	1,2 GB Modalanalyse und Harmonische Analyse

Mit dem Starrkörpermodell können weder statische noch spektrale Simulationen vereinfacht durchgeführt werden, sondern es muss der Umweg über eine transiente Untersuchung gewählt werden. Für „statische“ Untersuchungen muss daher abgewartet werden, bis ein Gleichgewichtszustand erreicht wird, der ausgewertet werden kann. Für spektrale Untersuchungen ist das Vorgehen besonders zeitaufwändig, da das eingespeiste PRBS über eine gewisse Länge verfügen muss, um die nötige Signalqualität zu liefern. Aus diesem Grund sind die Rechenzeiten für diese beiden Fälle wesentlich ungünstiger als für das FEM-Modell. Im Fall einer transienten Untersuchung hingegen

ist die Rechendauer, welche mit dem Starrkörpermodell erzielt wird, wesentlich geringer als die mit dem FEM-Modell erhaltene. Ebenso sind auf Grund der geringeren Modellgröße im Fall des Starrkörpermodells die erzeugten Datenmengen erheblich überschaubarer.

6.4 Möglichkeiten und Grenzen der Modelle

Ein Modell ist grundsätzlich nur so gut, wie die getroffenen Abstraktionen mit dem Systemverhalten übereinstimmen. Das zeigt sich im Fall der statischen Untersuchungen insbesondere für das Starrkörpermodell: Das Hauptaugenmerk bei der Modellerstellung lag darin, die „Großsignalcharakteristika“ des Hebelwerks abzubilden sowie die Hebelresonanz darzustellen. Effekte wie die Durchbiegung unter Schwerkraft können hiermit nicht abgebildet werden. Eine erste Abschätzung der Federkonstanten des Systems kann jedoch auf Basis des Starrkörpermodells erfolgen. Für detaillierte Untersuchungen des statischen mechanischen Verhaltens unter Einfluss von Kräften sollte jedoch das FEM-Modell auf Grund seiner wesentlich feineren Diskretisierung herangezogen werden. Hiermit konnten Effekte wie die Durchbiegung des Hebels, welche mit der Eigenform der Hebelschwingung korreliert, gezeigt und untersucht werden – ebenso wie die Verschiebung der Spule in x -Richtung in Abhängigkeit der Masse auf der Waagschale.

Das dynamische Verhalten < 1 kHz bei Erregung an der Spule kann mit beiden Modellformen sehr gut abgebildet werden. Lediglich für die Erregung der Waage an der Waagschale liefert das FEM-Modell gegenüber dem Starrkörpermodell die besseren Simulationsergebnisse. Um jedoch mit dem Starrkörpermodell dynamisch ähnlich gute Ergebnisse zu erhalten wie mit dem FEM-Modell, bedarf es etwas mehr Apriori-Kenntnissen über die Systemeigenschaften, die in die Modellerstellung einfließen müssen. Diese Kenntnisse müssen jedoch nicht zwingend aus Messungen stammen, sondern können ebenfalls anhand von unkompliziert auszuführenden FEM-Modalanalysen gewonnen werden. Es ist also durchaus empfehlenswert, vor der Erstellung eines Starrkörpermodells mit einem FEM-Modell nach relevanten Eigenformen- und Frequenzen zu suchen. Zur Ermittlung der Steifigkeit bzw. Nachgiebigkeit einzelner Baugruppen, die in das Starrkörpermodell in Form von Gelenken mit Federkonstanten implementiert sind, wurde in dieser Arbeit ebenfalls auf FEM-Modelle zurückgegriffen. Auch Einflussgrößen wie die Aufstellbedingungen etc. sind mit einem FEM-Modell sehr gut untersuchbar.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass sich die beiden Modelle bezüglich Aufwand der Modellerstellung, Ergebnistreue und Simulationsaufwand sehr sinnvoll ergänzen lassen: Existiert eine gute CAD-Zeichnung, kann daraus recht einfach ein FEM-Modell erstellt werden, mit dem gute statische und spektrale Ergebnisse in kurzer Zeit gewonnen werden können. Diese Erkenntnisse sollten, wie bereits oben erwähnt, in die Modellerstellung des Starrkörpermodells einfließen. Der Vorteil des Starrkörpermodells liegt eindeutig in der wesentlich geringeren Rechendauer, da es in sehr kurzer Zeit ein gutes Abbild des transienten Verhaltens des geschlossenen Regelkreises liefert. Ergänzt um das Wissen um weitere Resonanzen aus den Spektralanalysen des FEM-Modells kann das dynamische Verhalten einer EMK-Waage sehr gut abgeschätzt und optimiert werden.

6.5 Verbesserungen der erarbeiteten Modelle im Vergleich zum Stand der Technik

In Abschnitt 3.2, S. 31 ff. wurden die bereits existierenden Arbeiten zum Thema Modellierung von EMK-Waagen kurz beleuchtet. An dieser Stelle soll nochmals besonders auf die Arbeiten von Franz [20], [21] und Pfeiffer [63], [64] sowie die Arbeit von Maas [48] hingewiesen werden. In der Arbeit von Franz wird ein Starrkörpermodell mit nachgiebigen Elementen zur Beschreibung der mechanischen Komponenten einer EMK-Waage vorgestellt. Dieses Modell liefert gute Ergebnisse, allerdings ist die Modellerstellung sehr komplex und das resultierende Modell schwierig zu handhaben. Die ermittelten Amplitudenfrequenzgänge werden in der Arbeit von Pfeiffer durch die Modellierung der elektrischen und elektromagnetischen Komponenten ergänzt. Der Vorteil des in der vorliegenden Arbeit vorgestellten Starrkörpermodells gegenüber dem aus [20] bzw. [21] besteht weniger in der Qualität der erzeugten Simulationsergebnisse (diese sind als gleichwertig zu betrachten), sondern darin, dass das erstellte Modell wesentlich einfacher zu erstellen und zu handhaben ist. Die Nachgiebigkeiten der einzelnen Körper werden hier nicht über Ritzansätze, sondern lediglich über Gelenke mit zugeordneten Federkonstanten abgebildet. Darüber hinaus findet die Kopplung des mechanischen Modells mit den Modellen der übrigen Komponenten nicht nur über den Umweg der abgeleiteten Übertragungsfunktionen statt, sondern über eine direkte Verknüpfung der Modelle in einem großen Systemmodell für den geschlossenen Kreis. Vorteilhaft an dieser Vorgehensweise ist, dass sich die Rückwirkung von Modifikationen einzelner Komponenten auf das gesamte System sowie auf jede einzelne Teilkomponente ablesen lässt. Beispielsweise kann die Auswirkung einer Änderung der Reglerkonfiguration auf die Bewegung des Hebels und des Koppelbandes direkt abgelesen werden; in dem von Franz und Pfeiffer beschriebenen Modell müsste hierfür eine neue Übertragungsfunktion für die Mechanik mit zusätzlichen Ausgängen (der Bewegung der zu untersuchenden Teile) bzw. eine Zustandsraumdarstellung mit weiteren Zuständen ermittelt werden.

In der Arbeit von Maas wurde die Modellierung der Waagenmechanik mittels eines FEM-Modells beschrieben. Dieses FEM-Modell wurde sukzessive durch den iterativen Vergleich der Eigenform von Schalen-, Balken- und Plattenelementen mit gemessenen Eigenformen und -frequenzen der Waagenbauteile und durch Zusammensetzen dieser Elemente erstellt. Das so entstandene Modell weist zwar einen extrem geringen Hardwarebedarf auf, jedoch kann das Verhalten der EMK-Waage hiermit nur qualitativ abgebildet werden. Im Gegensatz dazu liefert das in dieser Arbeit vorgestellte FEM-Modell quantitativ eine sehr gute Übereinstimmung mit den vorhandenen Messungen, allerdings zu dem Preis eines gesteigerten Hardwarebedarfs. Zusätzlich wurden in dieser Arbeit Herangehensweisen vorgestellt, mit denen das Systemverhalten zu einem Zeitpunkt modelliert und optimiert werden kann, zu dem noch kein Prototyp gefertigt wurde, da Messergebnisse nicht zwingend für die Modellerstellung vorhanden sein müssen. In diesem Zusammenhang ist insbesondere die

Modellierung der Dämpfung hervorzuheben, die bis dato nur abgeschätzt, nicht jedoch quantitativ ermittelt werden konnte.

6.6 Ableitung von Verbesserungen an der untersuchten Waage auf Basis der vorliegenden Ergebnissen

Aus den vergangenen Abschnitten können einige Verbesserungsmöglichkeiten der untersuchten EMK-Waage abgeleitet werden. Diese beziehen sich vor allem auf die Waagenmechanik, aber auch auf die Auslegung des Reglers.

6.6.1 Möglichkeiten für konstruktive Änderungen an der Waagenmechanik

Bereits aus den theoretischen Untersuchungen zur Massenunabhängigkeit der ersten Eigenfrequenz in Abschnitt 5.2.2.1 (S. 80) geht hervor, dass große Hebelübersetzungen ungünstig für dynamische Anwendungen von EMK-Waagen sind. Besser geeignet sind kurze, steife Hebel mit geringen Massenträgheitsmomenten. Ein Ausgleich von Vorlasten auf der Waagschale durch Massen am Hebelende wirkt sich unter dynamischen Gesichtspunkten sehr ungünstig aus, das System wird dadurch träge. Um solche Vorlasten zu kompensieren, sollte ein stärkeres Magnetsystem verwendet werden, um die nötige Kraft ohne übermäßige Erwärmung durch große Spulenströme aufzubringen. Zusätzlich zu der großen Massenträgheit werden durch lange Hebel Nachgiebigkeiten in die Waage eingebracht, die sich in langsamen Driften äußern bzw. zu parasitären niederfrequenten Schwingungen führen, die schlecht filter- bzw. regelbar sind.

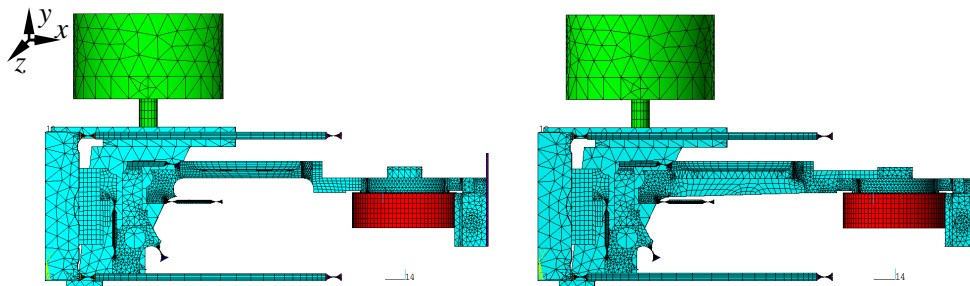


Abb. 6.23: FEM-Modell der Originalmechanik (links) und mit versteiftem Hebel (rechts)

Aus Kapitel 6.2.3 wird ersichtlich, dass der mechanische Aufbau mit Kniehebel und langem schlan- ken Hebel zu Hebelresonanzen mit großen Amplituden führt. Die Frequenzen der Hebelresonan- zen können durch Versteifen des Hebels (in fertigmöglichen Grenzen, ohne die Geometrie komplett zu verändern, siehe Abb. 6.23) um ca. 60 Hz ($\sim 12\%$) erhöht, nicht jedoch eliminiert werden (siehe Abb. 6.24). Bereits durch das Einwirken der Schwerkraft wird eine Verformung des Hebels hervor- gerufen, welche die Form der Hebelresonanz vorwegnimmt und dadurch begünstigt.

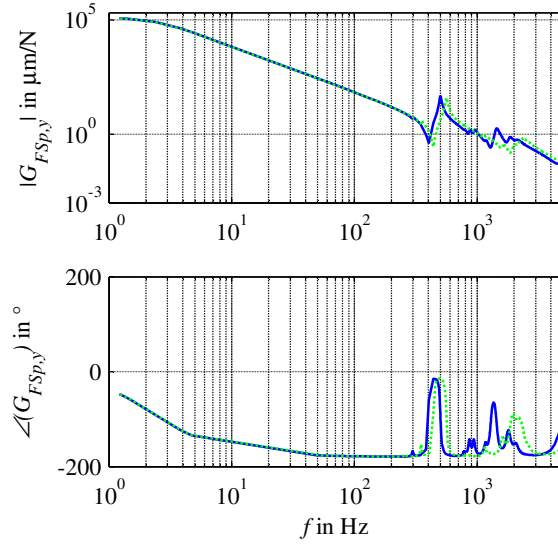


Abb. 6.24: Amplitudenfrequenzgang des Originalsystems (blau) und der Variante mit versteiftem Hebel (grün gepunktet)

6.6.2 Änderung der Reglerstrategie zur Verbesserung des dynamischen Verhaltens

Die Verschiebung der Hebelresonanzfrequenz durch unterschiedliche Masseauflage und durch den Einfluss der Aufstellbedingungen (siehe Abb. 5.9, S. 81 sowie Abb. 6.20, S. 122) führt für einfache Regelkonzepte wie PID oder PIDT1-Regler unter Umständen zu instabilem Regelkreisverhalten, da die Hebelresonanz im offenen Regelkreis, wie in Kapitel 5.3.1, S. 85 beschrieben, über die 0-dB-Linie gehoben wird. Um das zu unterbinden, muss der Regler weniger aggressiv ausgelegt werden, was wiederum durch die daraus resultierende Begrenzung der Bandbreite zu Lasten der Messdauer geht. Auf Basis der Simulationen und Messungen aus Kapitel 6.2.3, S. 115 ff. ist das dynamische Verhalten der untersuchten Waage, charakterisiert durch den Amplituden- und Phasenfrequenzgang, sehr gut bekannt. Unter Berücksichtigung der Forderung aus Abschnitt 6.2.3.2, dass die Aufstellbedingung für die untersuchte Wägezelle sehr steif ($> 100 \text{ MN/m}$) sein soll, kann die Variation der Hebelresonanz so weit eingeschränkt werden, dass ein geeigneter Kompensationsregler ein stabiles Regelverhalten für alle möglichen Massen garantiert. Hierfür wurde zunächst heuristisch eine Übertragungsfunktion (5.19), bestehend aus Pol- und Nullstellen, ermittelt, welche das gemessene Übertragungsverhalten für die kritischen Bereiche gut abbildet (siehe Abb. 6.25, blaue und schwarze Kurve).

$$G_{U_R, U_{Pos}} = \frac{1,54 \cdot 10^{-3} - 3,00 \cdot 10^{-3} \cdot z^{-1} + 1,55 \cdot 10^{-3} \cdot z^{-2}}{1 - 3,91 \cdot z^{-1} + 5,80 \cdot z^{-2} - 3,89 \cdot z^{-3} + 0,99 \cdot z^{-4}} \quad (5.19)$$

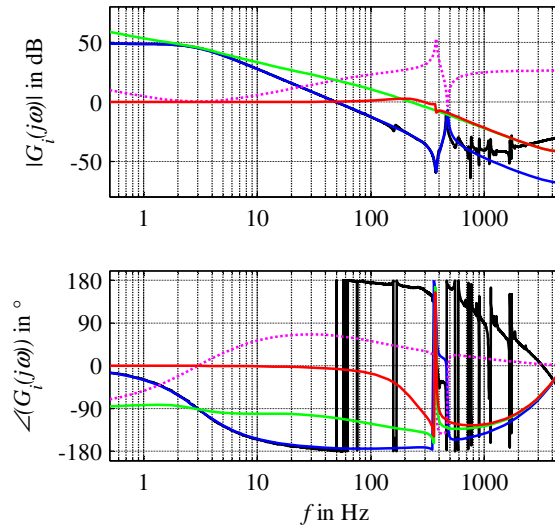


Abb. 6.25: Gemessener (schwarz) und approximierter (blau) Amplitudenfrequenzgang der untersuchten Waage, Übertragungsfunktion des Reglerpolynoms (magenta gepunktet), offener Regelkreis (grün) und geschlossener Regelkreis (rot)

Basierend auf den ermittelten Pol- und Nullstellen wurde ein Reglerpolynom siebter Ordnung entworfen (5.20), welches für den offenen Kreis nahezu das Verhalten eines reinen Integrationsgliedes erzeugt. Der Einfluss der Hebelresonanz ist damit fast vollständig eliminiert.

$$G_{\text{kompensation}} = \frac{19,15 - 105,00 \cdot z^{-1} + 241,00 \cdot z^{-2} - 296,30 \cdot z^{-3} + 205,70 \cdot z^{-4} - 76,36 \cdot z^{-5} + 11,83 \cdot z^{-6}}{1 - 5,35 \cdot z^{-1} + 11,95 \cdot z^{-2} - 14,25 \cdot z^{-3} + 9,56 \cdot z^{-4} - 3,42 \cdot z^{-5} + 0,51 \cdot z^{-6}} \quad (5.20)$$

Durch die Unterdrückung der Resonanzen und Kompensation der Phasendrehung kann die Bandbreite des geschlossenen Regelkreises von ~ 90 Hz auf ~ 370 Hz erhöht werden, was ungefähr einem Faktor von 4 entspricht.

Zur Verifizierung des Reglerkonzepts wurde eine Vergleichsmessung mit dem PIDT1-Regler vorgenommen. Dazu wurden 200 Lastwechsel von je 180 g mit dem EM-Lastwechsler ausgeführt und das Lagesignal sowie die angezeigte Masse aufgezeichnet (siehe Abb. 6.26). Der Massewert wurde hierbei für beide Reglerkonfigurationen mit kaskadierten gleitenden Mittelwertbildnern gefiltert, wobei die Kaskadenlängen auf 128, 256 und 512 bei einer Samplingrate von 10 kHz limitiert waren und in diesem Bereich auf die jeweiligen Schwingungen angepasst wurden.

Der Vergleich der Signale des Lageindikators zeigt, dass der Hebel bei Betrieb mit dem Kompensationsregler um ~ 18 % weniger weit ausschlägt als mit dem PIDT1-Regler. Das ist auf das wesentlich aggressivere Reglerdesign zurückzuführen. Dieses Verhalten ist begrüßenswert, da ein Anschlagen des Hebels im mechanischen Anschlag zu stark nichtlinearem Verhalten und damit zu gestörter Reglerfunktionalität führt.

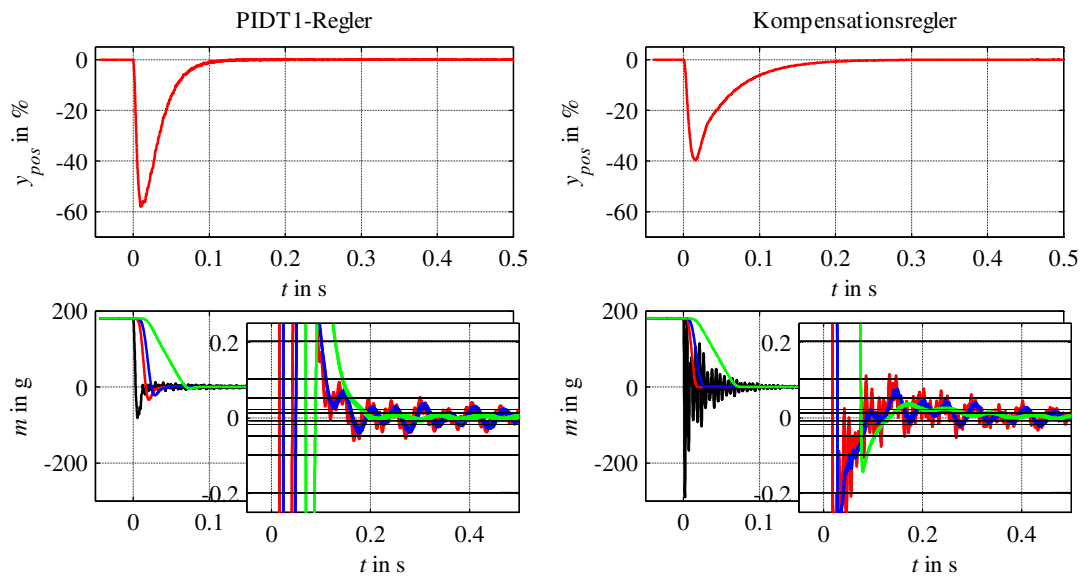


Abb. 6.26: Vergleich der Hebelauslenkung und der angezeigten Masse bei 180 g-Lastwechseln für den PIDT1- und den Kompensationsregler. Ungefilterter Massewert: schwarz, nach der ersten Filterkaskade rot, nach der zweiten blau und nach der dritten grün. Ebenfalls eingezeichnet sind die Toleranzbänder $\pm 0,2$ g, $\pm 0,1$ g, $\pm 0,05$ g, $\pm 0,02$ g und $\pm 0,01$ g

Betrachtet man die Zeiten, die benötigt werden, bis der Massewert in die jeweiligen Toleranzbänder eingeschwungen ist, wird deutlich, dass der Kompensationsregler gegenüber dem optimierten PIDT1-Regler nochmals eine signifikante Verringerung der Messzeit von bis zu 58 % liefert (siehe Tabelle 17 und Abb. 6.27).

Tabelle 17: Zeit bis zum Einschwingen in das Toleranzband für PIDT1- und Kompensationsregler

Toleranzband	PIDT1-Regler	Kompensationsregler
$\pm 0,2$ g	95 ms	40 ms (-58 %)
$\pm 0,1$ g	106 ms	59 ms (-44 %)
$\pm 0,05$ g	157 ms	104 ms (-34 %)
$\pm 0,02$ g	190 ms	270 ms (+42 %)
$\pm 0,01$ g	607 ms	358 ms (-41 %)

Abb. 6.27: Zeit bis zum Einschwingen in die jeweiligen Toleranzbänder für den PIDT1- und den Kompensationsregler

Kapitelzusammenfassung

In diesem Kapitel erfolgte die Überprüfung der Modelle anhand des Vergleichs von Simulations- mit Messergebnissen charakteristischer Größen des untersuchten Systems. Hierzu wurde zunächst in Abschnitt 6.1 das statische Verhalten der Waage betrachtet. Der numerisch ermittelte Koppelfaktor aus Abschnitt 6.1.1 weist hierbei eine Abweichung von $\sim +18\%$ zu den messtechnisch ermittelten Werten auf, allerdings liegt er $\sim 13\%$ unter dem vom Hersteller angegebenen Wert. Die Schätzung unterliegt damit einer sehr großen Streuung, was im Falle, dass keine messtechnisch ermittelten Werte bekannt sind, unbedingt als Varianz in die Simulation einfließen sollte.

Die Gesamtfederkonstante des Systems wurde in Abschnitt 6.1.2 ermittelt. Unter Berücksichtigung der Variation der Federkonstanten durch Fertigungstoleranzen konnte mit dem FEM-Modell der messtechnisch ermittelte Wert gut abgebildet werden; das Starrkörpermodell zeigt eine maximale Abweichung von $\sim 5\%$ zu den gemessenen Werten, was als gute Übereinstimmung gewertet werden kann. Die Verformung der Mechanik unter Last (siehe Abschnitt 6.1.3) hat einen signifikanten Einfluss auf das Systemverhalten: Mit dem FEM-Modell können sowohl das Absenken der Lastsäule bei Belastung als auch die Hebelbiegung und damit Verschiebung der Spule in y-Richtung detailliert beschrieben und die Messergebnisse reproduziert werden. Mit dem Starrkörpermodell ist eine Abbildung dieses Effekts auf Grund der Modellstruktur nicht möglich.

Im zweiten großen Abschnitt des Kapitels erfolgte die dynamische Validierung der Modelle und Untersuchung der Systemeigenschaften. Die numerisch ermittelte Dämpfung aus Abschnitt 6.2.1 weicht mit 28% signifikant von der messtechnisch ermittelten Dämpfung ab, was sowohl auf unbekannte Parameter bei der Simulation (exakte magnetische Kenngrößen, tatsächliche Verschiebung des Hebels gegenüber der Nulllage) als auch bei der Messung zurückzuführen ist. Des Weiteren kann ein Teil der beobachteten Abweichung mit der Streuung des Magnetfeldes erklärt werden, welche bereits in Abschnitt 6.1.1 erläutert wurde. Das Dämpfungsverhalten kann prinzipiell abgebildet werden, jedoch sollte eine Überarbeitung des Modells und der Messmethode noch erwogen werden. Nichtsdestotrotz kann das Dämpfungsverhalten mit dieser Vorgehensweise wesentlich besser approximiert werden als durch pures Schätzen, wie sonst allgemein üblich.

In Abschnitt 6.2.2 wurde das dynamische Verhalten des Starrkörpersystems untersucht: Die Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises aus Abschnitt 6.2.2.1 zeigt, dass mit der gewählten Modellstruktur die Frequenz der Hebelhauptresonanz sehr gut approximiert werden kann, lediglich die simulierte Amplitude ist etwas zu gering. Frequenzen, die durch Erregung an der Waagschale messtechnisch nachgewiesen werden konnten, sind, bedingt durch die steife Modellstruktur, nicht visualisierbar. Für die Untersuchung im geschlossenen Regelkreis (Abschnitt 6.2.2.2 und 6.2.2.3) konnte eine realitätsgetreue Abbildung des Systemverhaltens gezeigt werden.

Die Verformung des Systems unter Schwerkraft wurde in Abschnitt 6.2.3.1 zur dynamischen Validierung des FEM-Modells wieder aufgegriffen, da die verformte Struktur eine große Übereinstim-

mung mit der Eigenform der Hebelresonanz aufweist. Hiermit kann die Massenabhängigkeit der Hebelresonanz sehr plastisch verdeutlicht werden. Durch Modalanalysen erfolgte in Abschnitt 6.2.3.2 eine systematische Untersuchung der Verschiebung der auftretenden Resonanzen in Abhängigkeit von der Steifigkeit der Aufstellbedingung. Insbesondere im Bereich zwischen 100 kN/m und 100 MN/m ist eine signifikante Verschiebung der Frequenzen ablesbar, zudem vergrößert sich die Anzahl anschwingender Eigenmoden von zwei auf drei. Dieser Effekt war messtechnisch nachweisbar, jedoch nicht in dem Maße analysierbar. Zur Ergänzung der Modalanalysen wurden in Abschnitt 6.2.3.3 die Übertragungsfunktionen des Systems für verschiedene Massezuladungen und unter Berücksichtigung der Toleranz der Einkörpergelenke sowie des Einflusses der Aufstellbedingung ermittelt. Die ermittelten Übertragungsfunktionen bilden die messtechnisch ermittelten Daten gut ab; insbesondere die Unterschiede in der Erregung an der Waagschale bzw. der Spule können hiermit sehr deutlich dargestellt werden. Abschließend wurde hier ebenso der geschlossene Regelkreis betrachtet und auch hier konnte das Systemverhalten gut abgebildet werden.

Die Rechendauer und anfallenden Datenmengen variieren für beide Modelle sehr stark mit den Anwendungsfällen – für statische und Spektralanalysen zeigt sich das FEM-Modell effizienter, für transiente Untersuchungen langer Dauer eignet sich das Starrkörpermodell besser.

Auf Basis der numerisch und experimentell gewonnenen Erkenntnisse wurde aufgezeigt, dass die gewählte mechanische Konfiguration für dynamische Anwendungen keine optimalen Ergebnisse liefert. Die konstruktiv einfach zu realisierenden mechanischen Veränderungen führen nicht zu einer signifikanten Verbesserung des dynamischen Verhaltens. Für eine signifikante Verbesserung müsste das gesamte Konzept, basierend auf einem Kniehebel, angepasst werden. Durch die Implementierung eines geeigneten digitalen Kompensationsreglerkonzeptes, welches auf Basis der gewonnenen Ergebnisse entworfen wurde, ist jedoch eine Verringerung der Messzeit von bis zu $\sim 58\%$ gegenüber einem optimierten PIDT1-Regler möglich.

7 Zusammenfassung und Ausblick

Zum aktuellen Stand der Technik können unter allen Methoden der Massebestimmung mit EMK-Waagen die größten Auflösungen erzielt werden. Deren Anwendung beschränkt sich dabei immer seltener auf statische Wägaufgaben, da das Ziel in zunehmendem Maße die Massebestimmung in Abfüll- und Produktionsanlagen ist. Hier wird nicht nur eine hohe Auflösung, verbunden mit guter Reproduzierbarkeit, gefordert, sondern darüber hinaus muss ein zuverlässiges Messergebnis binnen sehr kurzer Zeit zur Verfügung stehen. Derzeit können mit dem in dieser Arbeit untersuchten Waagentypus (monolithisch gefertigte OEM-Wägezellen mit einem Lastbereich von ~ 200 g) bei maximaler Auflösung von 0,1 mg nach einer Einschwingzeit von 250 ms Auflösungen von ~ 1 mg beziehungsweise bei maximaler Auflösung von 0,5 mg nach 120 ms eine Auflösung von 1 ‰ des Endwertes erreicht werden. Um bei gleicher oder verbesserter Auflösung die Messzeit signifikant zu senken, ist eine Anpassung von Regelparametern und Filtereigenschaften häufig nicht ausreichend. Vielmehr ist eine Abstimmung aller Komponenten des Systems aufeinander sowie eine Optimierung der Komponenten mit Hinblick auf dynamische Eigenschaften unerlässlich. Diese Optimierung kann experimentell oder auf numerischem Wege erfolgen. Nachteilig an der experimentellen Vorgehensweise ist, dass die Fertigung von Prototypen langwierig und kostenintensiv ist. Simulationen hingegen führen in sehr kurzer Zeit zu guten Ergebnissen und ermöglichen darüber hinaus ein tiefes Verständnis des untersuchten Systems. Für die Optimierung auf Basis von Simulationen wird ein Modell benötigt, welches die charakteristischen Eigenschaften des Systems möglichst realitätsgetreu abbildet. In der Vergangenheit wurden bereits Modelle zur Simulation des Verhaltens von EMK-Waagen erstellt, jedoch erfolgte keine Modellierung des Systemverhaltens im geschlossenen Regelkreis. Alternativ mussten die Modelle auf Basis von Messungen an Prototypen iterativ bis zu einer hinreichend guten Abbildung des Systemverhaltens angepasst werden. Insbesondere für eine Neuentwicklung ist allerdings entscheidend, dass das erstellte Modell das Systemverhalten sowohl im offenen als auch im geschlossenen Regelkreis ohne vorherige aufwändige Messungen an Prototypen gut abzubilden vermag.

In dieser Arbeit wurden zwei Modellansätze zur Simulation des geregelten und ungeregelten Gesamtsystems entwickelt, miteinander verglichen und messtechnisch verifiziert.

Die Arbeit gliedert sich in drei Hauptabschnitte, beginnend mit einem Abschnitt zur Beschreibung der verwendeten Modellierungsansätze. Darauf folgt eine experimentelle Charakterisierung der untersuchten Waage sowie des Mess- und Regelsystems und letztlich der Vergleich zwischen Simulation und Messung zur Validierung der Modelle.

Für die Modellierung der mechanischen Komponenten wurde auf zwei erprobte und robuste Ansätze zurückgegriffen: Starrkörper- bzw. FEM-Modelle. Bei Starrkörpermodellen wird ein System in starre Körper, Gelenke sowie Kraftelemente diskretisiert. Für die betrachteten Waagen wurden den Einkörpergelenken entsprechende Freiheitsgrade sowie Federkonstanten zugeordnet. Da sowohl der Hebel als auch die Lenker, bedingt durch ihre lange schlanke Form, nicht als ideal steif angenommen werden können, wurden hier zusätzliche Gelenke und Federkonstanten eingeführt. Diese Steifigkeiten konnten auf einfachem Wege mittels FEM-Simulationen der betreffenden Teile gewonnen werden. Mit dem gewählten Ansatz, den Hebel in zwei Starrkörper, verbunden durch zwei Zugfedern, aufzuteilen, konnte das spektrale Verhalten der Waage mit der charakteristischen Hebelresonanz trotz der geringen Komplexität des Modells sehr gut abgebildet werden. Der Einfluss der Fertigungstoleranzen auf die Steifigkeit der Einkörpergelenke wurde durch die Erstellung zweier zusätzlicher Parametersätze berücksichtigt, die die Extrema der Federkonstanten bei maximaler Fertigungstoleranz abbilden.

Für die Finite-Elemente-Methode erfolgt die Diskretisierung der beschreibenden Differentialgleichung in ein System algebraischer Gleichungen, die das Systemverhalten auf einem kleinen, beschränkten Gebiet abbilden, dem so genannten finiten Element. Für die Modellierung der untersuchten Waagen ist insbesondere im Gebiet der Einkörpergelenke auf eine sorgfältige Vernetzung zu achten, da hier große Spannungsgradienten auftreten und die Gelenke über extreme Aspektverhältnisse verfügen. Anhand von Vergleichen aus analytischen und numerischen Simulationen konnte hier die Faustregel abgeleitet werden, dass für ein maximales Aspektverhältnis der Elemente von Höhe bzw. Breite zu Tiefe von < 20 eine Teilung in der nachgiebigen Richtung von sechs Elementen ausreicht, um eine Abweichung der ermittelten Biegungen von $\sim 0,5\%$ zu erreichen. Um die Fertigungstoleranzen nicht durch aufwändige Änderungen der Geometrie berücksichtigen zu müssen, wurden die resultierenden Steifigkeitsänderungen hier in Änderungen des E-Moduls umgerechnet. Den Volumen der Einkörpergelenke wurde dazu jeweils ein zugeschnittenes Materialmodell mit dem angepassten E-Modul zugewiesen. Mit dieser Vorgehensweise konnte der Modellierungsaufwand wesentlich reduziert werden, da eine Neuerstellung der Volumen und deren Vernetzung umgangen werden konnte. Da sich das FEM-Modell anbietet, Einflussfaktoren losgelöst voneinander in Parameterstudien zu untersuchen, wurde eine elastische Lagerung der Waage in Form von Federelementen erstellt. Hiermit konnte die Verschiebung der anschwingenden Hebelmoden in Abhängigkeit der Aufstellbedingungen gezeigt werden. Das unkontrollierte Anschwingen dieser Hebelmoden stellt in der Praxis für diese Waagenbauform eine deutliche Beschränkung der möglichen Reglerbandbreite dar. Die Minimalforderung an die Steifigkeit der Aufstellung, um diesen Effekt sicher zu unterdrücken, kann so aus dem Modell ermittelt werden und beträgt für die untersuchte Waage $100 \cdot 10^6 \text{ N/m}$.

Die Dämpfung mechanischer Systeme wird in der Literatur häufig als schwer beschreibbar dargestellt; eine übliche Herangehensweise ist das Schätzen von Dämpfungswerten für Simulationen. Für EMK-Waagen konnte in dieser Arbeit messtechnisch nachgewiesen werden, dass der Beitrag der

Luft zur Systemdämpfung vernachlässigbar ist. Der wesentliche Dämpfungsanteil wird durch Induktion von Wirbelströmen in der Spulenhalterung und der Spulenkapsel erzeugt. Damit kann die Dämpfung sowohl im FEM-Modell als auch für das Starrkörpermodell als diskretes, geschwindigkeitsproportionales Dämpfungselement zwischen der Spule und einem beliebigen raumfesten Punkt modelliert werden. Zur numerischen Abschätzung der Dämpfung wurde ein quasistatischer Simulationsansatz präsentiert: Der Spulenhalter im Magnetsystem wurde mit einer Geschwindigkeit beaufschlagt und die darin induzierten Wirbelströme berechnet. Darauf basierend wurden die wirkenden Lorentzkräfte – und mit einer Abschätzung der bewegten Masse – ein resultierender Abklingkoeffizient ermittelt. Dieser Abklingkoeffizient beschreibt die Realität nur näherungsweise, wie der Vergleich mit der Messung zeigt, und stellt damit trotzdem eine wesentlich bessere Approximation als das pure Schätzen von Dämpfungswerten dar, da damit lediglich die Größenordnung angenähert werden kann.

Durch Integration der numerisch bestimmten magnetischen Flussdichte über das Volumen der Spule im Magnetfeld konnte unter Berücksichtigung der Wicklungslänge des Drahtes der ortsabhängige Koppelfaktor ermittelt werden. Bei dem Vergleich von gemessenem Koppelfaktor, dem Nennwert sowie dem simulierten Wert wurde eine große Streuung festgestellt; der numerisch ermittelte Wert liegt hierbei zwischen Nennwert und Messwert. Diese Streuung sollte im Rahmen von Simulationen zur Systemoptimierung mit berücksichtigt werden.

Die Eigenschaften der nicht-mechanischen Bestandteile Lageindikator, Regler, Spannungs-Strom-Wandler sowie Spule mit Permanentmagnet wurden zu charakteristischen Kennlinien und Übertragungsfunktionen zusammengefasst und in die Simulationen der mechanischen Teile implementiert. Um das Verhalten des geschlossenen Regelkreises in einer transienten Simulation abzubilden, ist insbesondere die Abstimmung von zeitlicher Diskretisierung der Übertragungsfunktionen und der Zeitschrittweite der mechanischen Simulation kritisch. Um eine allgemeingültige Aussage hierzu treffen zu können, wurde ein analytisches Modell eines physikalischen Pendels erstellt und um einen Lageregler ergänzt. Analog dazu wurde das Pendel mit einem Starrkörpermodell sowie einem FEM-Modell abgebildet und die Implementierung von nicht-mechanischen Bestandteilen daran verifiziert. Für die Zeitschrittweitensteuerung und Diskretisierung von Übertragungsfunktionen wurde folgende Faustregel ermittelt und überprüft: Die Länge der Zeitschrittweite T_0 einer Simulation sollte auf rund 1 % der kleinsten abzubildenden Zeitkonstante des Systems gesetzt werden. Die Wahl der Samplingzeitkonstante T_S zur Diskretisierung der Übertragungsfunktionen folgt dann so, dass sie das Verhältnis $T_S/T_0 = n$ mit $n \in \mathbb{N}$ erfüllt und die Übertragungsfunktion durch die Diskretisierung nicht zu stark verzerrt wird. Der Abstand der Lastschritte sollte der Samplingzeitkonstanten T_S gleich sein, damit pro Lastschritt mehrere Zeitschritte zur Simulation von Ausgleichsvorgängen ablaufen. Die aufgebrachten Lasten müssen für diese Vorgehensweise immer sprungartig geändert werden.

Zur vollständigen Verifizierung der erstellten Modelle wurde ein Mess- und Regelsystem konzipiert und aufgebaut. Dieses besteht aus einem echtzeitfähigen PXI-System mit einer A/D- und D/A-

Wandlerkarte (mit 18 Bit Auflösung, 10 kHz Regelschleifenfrequenz), einer Elektronik für die Wandlung des Lagesignals, einem Spannungs-Strom-Wandler sowie der untersuchten Wägezelle. Die Bestandteile dieses Systems wurden in dieser Arbeit bezüglich ihrer statischen und dynamischen Eigenschaften eingehend charakterisiert. Die daraus resultierenden Messwerte waren Grundlage für den Vergleich des Modells mit dem Versuchsaufbau. Bei dieser Charakterisierung wurden insbesondere die folgenden Eigenschaften der Waagenmechanik detailliert beleuchtet: Die erste Eigenfrequenz der Waage ist im Bereich der zulässigen Last unabhängig von der zugeladenen Masse. Diese Eigenschaft ist auf die große Hebelübersetzung und den damit verbundenen großen Massenträgheitsmomenten sowie auf die große Dämpfung zurückzuführen. Das Gesamtmassenträgheitsmoment ändert sich bei Zuladung einer Masse auf der „kurzen Hebelseite“ nur sehr gering, durch die große Dämpfung wird diese Verschiebung im Frequenzbereich noch schwerer detektierbar. Für die Resonanz des Hebels gilt diese Beobachtung jedoch nicht. Der Vergleich von FEM-Simulation und Messung hat hier aufgezeigt, dass die Durchbiegung des Systems bei Last die anschwingende Eigenform des Hebels begünstigt beziehungsweise verstärkt und in Abhängigkeit der aufgeladenen Masse die Amplitude und Frequenz der Hebelmode beeinflusst wird.

Um das Verhalten des geschlossenen Regelkreises zu überprüfen, wurden zwei verschiedene Lastwechsler konzipiert und aufgebaut. Mit einem pneumatisch betriebenen Lastwechsler konnten gut reproduzierbar speziell gefertigte Gewichte mit einer Frequenz von 4 Hz abgehoben bzw. aufgesetzt werden. Da die erste Eigenfrequenz der untersuchten Waage unabhängig von der aufgelegten Masse ist, müssen die Trägheitseffekte bei einem Lastwechsel nicht berücksichtigt werden: Eine Änderung der Kraft hat denselben Effekt wie die Änderung der Masse auf der Waagschale. Diese Eigenschaft wurde für die Entwicklung eines elektromagnetisch wirkenden Lastwchslers aufgegriffen. Durch Messung des Stroms zur Erzeugung der Kraft ist es damit möglich, deterministisch Kräfte in die Waagschale einzuleiten. Die Dynamik dieses Lastwchslers ist sehr groß, mit der untersuchten Konfiguration ist es möglich, Lastwechsel bis maximal 6 kHz zu erzeugen. Zusätzlich sind die Lastwechsel sehr gut reproduzierbar. Durch Anwendung des EM-Lastwchslers wird darüber hinaus eine neue Beschreibungsform für EMK-Waagen möglich: Mit Aufbringung deterministischer Kräfte auf die Waagschale und den Hebel und bei Beobachtung der Hebelposition wird eine Waage als System mit zwei Eingängen und einem Ausgang beschreibbar. Bisher wurden die Kräfte auf die Waagschale aus regelungstechnischer Sicht als Störgrößen modelliert, das Systemverhalten bei Anregung an der Waagschale war nicht bekannt. Mit der ermittelten Methode konnte gezeigt werden, dass durch eine Anregung der Waage an der Waagschale andere Frequenzen erregt werden können als bei Anregung des Systems an der Spule. Dieser Fakt ist insbesondere für den Reglerentwurf wichtig, da mit dieser Kenntnis Instabilitäten vermieden werden können. Die Anregbarkeit unterschiedlicher Frequenzen bei Erregung des Systems an verschiedenen Stellen konnte auch numerisch mit dem FEM-Modell nachgewiesen werden. Mit dem Starrkörpermodell konnte nur die Übertragungsfunktion bei Anregung am Hebel sehr gut abgebildet werden, was auf den großen Grad der Modellabstraktion zurückzuführen ist.

Beide Modelle liefern eine realitätsgetreue Nachbildung der charakteristischen Werte der untersuchten Waage wie Gesamtfedersteifigkeit, Amplitudenfrequenzgang bei Anregung an der Spule sowie das Verhalten des Gesamtsystems im geschlossenen Kreis. Darüber hinaus war es mit dem FEM-Modell möglich, Eigenschaften wie die Verformung unter Last sowie die daraus resultierende Verschiebung der Spule in x -Richtung in guter Übereinstimmung mit den Messwerten nachzuweisen. Basierend auf den Erkenntnissen aus der Systemsimulation und messtechnischen Untersuchungen der EMK-Waage wurde deutlich, dass das untersuchte mechanische Konzept für dynamische Anwendungen nicht optimal geeignet ist und durch vertretbare konstruktive Manipulationen nicht signifikant verbessert werden kann. Mit dem Entwurf eines sehr einfachen Konzepts für einen Polynomregler wird unter Berücksichtigung der Minimalforderungen an die Aufstellbedingung eine Reduktion der Messzeit von $\sim 58\%$ gegenüber einem optimierten PIDT1-Regler realisiert.

Die präsentierten Modellansätze erfüllen beide den angestrebten Zweck, das Verhalten einer EMK-Waage im geschlossenen Regelkreis so abzubilden, dass Schlüsse bezüglich eines eventuell bestehenden Optimierungsbedarfes möglich sind und die daraus resultierenden Veränderungen an dem System ohne die teure Fertigung von Prototypen getestet werden können. Darüber hinaus ist die Durchführung systematischer Untersuchungen durch die Variation einzelner Parameter und daraus folgend ein erheblicher Erkenntnisgewinn überhaupt erst auf Basis von guten Modellen möglich. Der Vergleich der vorgestellten Modelle zeigte, dass mit dem FEM-Modell auf Grund des Modellierungsansatzes eine etwas größere Detailtiefe erreichbar ist; dafür können insbesondere transiente Simulationen mit Hilfe des Starrkörpermodells sehr schnell und effizient mit guter Abbildung der Systemeigenschaften vorgenommen werden. Damit stehen durch geeignete Kombination der hier entwickelten und vorgestellten Modelle für die Waagenneuentwicklung leistungsstarke Werkzeuge für Verbesserung und Weiterentwicklung zur Verfügung. In zukünftigen Anwendungen der entwickelten Methode – parallel zu dem Neuentwurf einer Wägezelle – sollten weitere Abwägungen zwischen Simulationsgeschwindigkeit und Abbildungstiefe unternommen werden. Durch eine weitere Beschleunigung der Simulation bis auf Echtzeit (evtl. auch durch eine Modellreduktion in vertretbarem Maße) wäre eine Eingliederung in einen Testaufbau in Form eines Hardware-in-the-Loop-Systems denkbar. Dieses Vorgehen würde parametrische Untersuchungen und deren Einfluss auf bereits existierende Komponenten wesentlich vereinfachen und Aspekte offenlegen, die messtechnisch nur schwer zugänglich sind. Beispielsweise wären die exakt losgelöste Untersuchung umgebungsbedingter Driften einzelner Komponenten und deren Einflüsse auf den geschlossenen, ansonsten unbeeinflussten Regelkreis denkbar.

Über den Horizont der Optimierung von EMK-Waagen hinaus ist eine Anwendung der entwickelten Methode der Systemsimulation auf andere messtechnische bzw. mechatronische Systeme im Allgemeinen möglich und sinnvoll. Hierzu sind auf dem Gebiet der Messtechnik Kompensationsprinzipien wie in Seismometern oder Inklinometern zu nennen. Eine weitere denkbare Anwendung

wäre beispielsweise die Optimierung der Mechanik und Regelung von Industrierobotern oder aktiven Fahrwerken. Im Bereich der Mikrosystemtechnik werden bereits viele Simulationen für gekoppelte physikalische Systeme durchgeführt, durch Eingliederung eines Reglers erweitern sich die Möglichkeiten zur Voraussage und Optimierung des Systemverhaltens noch dramatisch. Mit Blick auf die aktuelle Entwicklung von Fahrzeugen mit elektrischem Antrieb und das damit entstehende Problem der Energiespeicherung wird die Simulation eines geregelten Batteriemanagements zur Vergrößerung von Reichweiten und Verlängerung von Lebenszeiten interessant.

8 Anhang

A Orthogonalitätsbedingung der Eigenformen und Diagonalisierung der Massen- und Steifigkeitsmatrix

Aus Gleichung (2.35) können folgende Eigenschaften der Eigenformen abgelesen werden: Für zwei unterschiedliche Eigenwerte λ_S und λ_R sind die Eigenformen orthogonal zueinander:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{K} \cdot \mathbf{X}_R &= \omega_R^2 \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{X}_R \quad \text{I} \\
 \mathbf{K} \cdot \mathbf{X}_S &= \omega_S^2 \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{X}_S \quad \text{II} \\
 \mathbf{X}_S^T \cdot \mathbf{I} - \mathbf{X}_R^T \cdot \text{II} \\
 \underbrace{\mathbf{X}_S^T \mathbf{K} \cdot \mathbf{X}_R - \mathbf{X}_R^T \mathbf{K} \cdot \mathbf{X}_S}_{=0, \text{ da } K_{12}=K_{21}} &= \omega_R^2 \cdot \mathbf{X}_S^T \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{X}_R - \omega_S^2 \cdot \mathbf{X}_R^T \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{X}_S \quad (\text{A.1}) \\
 \text{mit } \mathbf{X}_R^T \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{X}_S &= \mathbf{X}_S^T \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{X}_R \\
 \rightarrow 0 &= (\omega_R^2 - \omega_S^2) \underbrace{\mathbf{X}_S^T \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{X}_R}_{=0} \\
 \rightarrow \mathbf{X}_R^T \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{X}_S &= \omega_S^2 \cdot \mathbf{X}_R^T \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{X}_S = 0
 \end{aligned}$$

Für zwei identische Eigenwerte $\lambda_S = \lambda_R$ ist jede Linearkombination der dazugehörigen Eigenvektoren wieder ein Eigenvektor, wobei μ_R die generalisierte modale Masse darstellt und γ_R eine generalisierte modale Steifigkeit.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{X}_R^T \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{X}_R &= \mu_R \\
 \mathbf{X}_R^T \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{X}_R &= \omega_R^2 \cdot \mathbf{X}_R^T \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{X}_R = \omega_R^2 \cdot \mu_R = \gamma_R \quad (\text{A.2})
 \end{aligned}$$

Fasst man die Orthogonalitätsbedingungen (A.1) und (A.2) für alle Eigenformen zusammen, ergibt sich daraus die Modalmatrix $\Phi = [\mathbf{X}_1 \ \mathbf{X}_2 \ \dots \ \mathbf{X}_R \ \dots \ \mathbf{X}_N]$. Durch die Kongruenztransformation der Massen- und Steifigkeitsmatrizen mit der Modalmatrix werden diese diagonalisiert:

$$\begin{aligned}
 \Phi^T \cdot \mathbf{M} \cdot \Phi &= \boldsymbol{\mu} = \text{diag}(\mu_R) \\
 \Phi^T \cdot \mathbf{K} \cdot \Phi &= \boldsymbol{\gamma} = \text{diag}(\gamma_R) \quad (\text{A.3})
 \end{aligned}$$

Normiert man die Eigenformen auf die modale Masse μ_R , stehen in der generalisierten Steifigkeitsmatrix die Eigenwerte auf der Hauptdiagonalen

$$\Phi^T \cdot \bar{\mathbf{M}} \cdot \Phi = \mathbf{I} \ ; \ \Phi^T \cdot \bar{\mathbf{K}} \cdot \Phi = \bar{\boldsymbol{\gamma}} = \text{diag}(\omega_R^2) \quad (\text{A.4})$$

B Auto- und Kreuzkorrelationsfunktion

Der Zusammenhang stochastischer Signale untereinander kann im Zeitbereich mittels Autokorrelationsfunktion bzw. Kreuzkorrelationsfunktion angegeben werden. Die Autokorrelationsfunktion beschreibt für ein stetiges und stochastisches Signal den mittleren statistischen Zusammenhang des Signals $u(t)$ zu den Zeitpunkten t und $t - \tau$ [81]:

$$R_{uu}(\tau) = E\{u(t) \cdot u(t - \tau)\} \rightarrow R_{uu}(\tau) = \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{2T_0} \int_{-T_0}^{T_0} u(t) u(t - \tau) dt \quad (\text{B.1})$$

Für zeitdiskrete, periodische Signale mit einer Periode von nT und einer Verschiebung $\tau = kT$ zum Zeitpunkt $t = jT$ vereinfacht sich (B.1) für n Beobachtungen zu:

$$R_{uu}(kT) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n u(jT) u((j-k)T) \quad (\text{B.2})$$

Für nichtperiodische Signale ergibt sich:

$$R_{uu}(kT) = \frac{1}{n-m} \sum_{j=1}^{n-m} u(jT) u((j-k)T) \quad (\text{B.3})$$

Die Autokorrelationsfunktion ist eine gerade Funktion, d.h. $R_{uu}(\tau) = R_{uu}(-\tau)$. Die mittlere Signalleistung des Signals $u(t)$ berechnet sich aus dem Anfangswert der Autokorrelationsfunktion:

$$R_{uu}(0) = \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{2T_0} \int_{-T_0}^{T_0} u^2(t) dt \geq |R_{uu}(\tau)| \quad (\text{B.4})$$

Enthält das Signal $u(t)$ eine periodische Komponente mit der Periodenlänge T_P , so enthält $R_{uu}(\tau)$ ebenfalls einen periodischen Anteil mit der Periode T_P , allerdings geht die Phaseninformation verloren. Ist $u(t)$ eine konstante Größe bzw. enthält einen Gleichanteil, so wird dieser in der Autokorrelationsfunktion ebenfalls als Gleichanteil in Form des quadratischen Mittelwertes des Signals widergespiegelt: $R_{uu}(\tau) = \bar{u}^2$. Damit folgt auch, dass für stochastische Signale mit Konstantanteil die Autokorrelationsfunktion immer ungleich null bleibt: $\lim_{\tau \rightarrow \infty} R_{uu}(\tau) \neq 0$. Die Streuung solcher Signale

berechnet sich zu $\sigma_u^2 = R_{uu}(0) - R_{uu}(\infty)$. Für ein stochastisches Signal ohne Gleichanteil oder periodische Komponente geht der innere Zusammenhang für $\tau \rightarrow \infty$ verloren: $\lim_{\tau \rightarrow \infty} R_{uu}(\tau) = 0$.

Für weißes Rauschen wird die Autokorrelationsfunktion für alle Werte außer für $\tau = 0$ zu null [81].

Die Kreuzkorrelationsfunktion ist das Maß für den mittleren statistischen Zusammenhang zweier stochastischer Signale $u(t)$ und $y(t)$ mit der Zeitverschiebung τ :

$$R_{uy}(\tau) = E\{u(t) y(t - \tau)\} \rightarrow R_{uy}(\tau) = \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{2T_0} \int_{-T_0}^{T_0} u(t) y(t - \tau) d\tau \quad (\text{B.5})$$

Analog zu (B.2) folgt aus (B.5) der Zusammenhang für diskrete stochastische Signale bei endlicher Beobachtungszeit:

$$R_{uy}(kT) = \frac{1}{n-m} \sum_{j=1}^{n-m} u(jT) y((j-k)T) \quad (\text{B.6})$$

Im Gegensatz zu der Autokorrelationsfunktion handelt es sich bei der Kreuzkorrelationsfunktion nicht um eine gerade Funktion: $R_{uy}(\tau) = R_{yu}(-\tau)$. Sind die Signale $u(t)$ und $y(t)$ stochastisch unabhängig und besitzen keine konstanten Anteile, so dass $E\{u(t)\} = E\{y(t)\} = 0$, wird die Kreuzkorrelationsfunktion ebenfalls für alle Werte τ zu null. Für eine Verschiebung $\tau = 0$ berechnet sich die Kreuzkorrelationsfunktion als der Mittelwert des Produktes der beiden Signale: $R_{uy}(0) = \overline{u(t)y(t)}$. Für eine unendliche Verschiebung τ wird die Kreuzkorrelationsfunktion das Produkt der Mittelwerte: $R_{uy}(\tau \rightarrow \infty) = \overline{u(t)} \cdot \overline{y(t)}$.

C Einfluss der Störung $z(t)$ auf die Schätzung der Gewichtsfunktion

Der Einfluss der Störung $z(t)$ auf die Schätzung der Gewichtsfunktion kann wie folgt abgeschätzt werden:

$$\Delta R_{uy}(kT) = \frac{1}{n-m} \sum_{j=1}^{n-m} u(jT) z((k-j)T) \quad (C.1)$$

Da bei der Störung davon ausgegangen werden kann, dass sie mittelwertfrei ist, also $E\{z(t)\}=0$ gilt, folgt für den Erwartungswert der Abweichung der Kreuzkorrelation (C.1) ebenfalls, dass dieser verschwindet:

$$E\{\Delta R_{uy}(kT)\} = \frac{1}{n-m} \sum_{j=1}^{n-m} E\{u(jT)\} E\{z((k-j)T)\} = 0 \quad (C.2)$$

Nicht zu vernachlässigen ist jedoch die Varianz des Fehlers:

$$\begin{aligned} E\left\{\left(\Delta R_{uy}(kT)\right)^2\right\} &= \frac{1}{(n-m)^2} E\left\{\sum_{j=1}^{n-m} \sum_{j'=1}^{n-m} u(jT) u(j'T) z((k-j)T) z((k-j')T)\right\} \\ &= \frac{1}{(n-m)^2} \sum_{j=1}^{n-m} \sum_{j'=1}^{n-m} R_{uu}(j-j') R_{zz}(j-j') \end{aligned} \quad (C.3)$$

Wird davon ausgegangen, dass die Anzahl der Beobachtungen n groß gegenüber der Anzahl der Stützstellen m ist und es sich bei der Störung um weißes Rauschen handelt, kann (C.3) vereinfacht werden, wobei es sich bei S_{uu} um die spektrale Leistungsdichte des Eingangssignals handelt.

$$E\left\{\left(\Delta R_{uy}(kT)\right)^2\right\} = \frac{1}{n^2} R_{uu}(0) R_{zz}(0) = \frac{1}{n} S_{uu} \cdot \overline{z^2(kT)} \quad (C.4)$$

Der Schätzfehler der Gewichtsfunktion kann folglich zu (C.5) abgeschätzt werden:

$$\Delta g(kT) = \frac{1}{S_{uu}} \cdot \Delta R_{uy}(kT) \quad (C.5)$$

Daraus kann die Standardabweichung der Gewichtsfunktion bedingt durch den Einfluss der Störung $z(t)$ bestimmt werden:

$$\sigma_g = \sqrt{E\{\Delta g^2(kT)\}} = \sqrt{\frac{z^2(kT)}{S_{uu} \cdot n}} = \frac{\sqrt{z^2(kT)}}{\sigma_u} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} = \frac{\sigma_z}{\sigma_u} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} \quad (C.6)$$

Aus (C.6) können folgende wichtige Eigenschaften der Standardabweichung der Gewichtsfunktion abgelesen werden: Sie ist proportional zum Rausch-zu-Signal-Verhältnis σ_z/σ_u , und fällt mit der Wurzel der Anzahl der Beobachtungen. Für eine möglichst geringe Standardabweichung der Schätzung muss somit auf ein sehr gutes Signal-zu-Rausch-Verhältnis geachtet werden. Des Weiteren müssen möglichst viele Beobachtungen vorhanden sein.

D Massen, Massenträgheitsmomente, Schwerpunkte und Berührungspunkte der untersuchten Waage

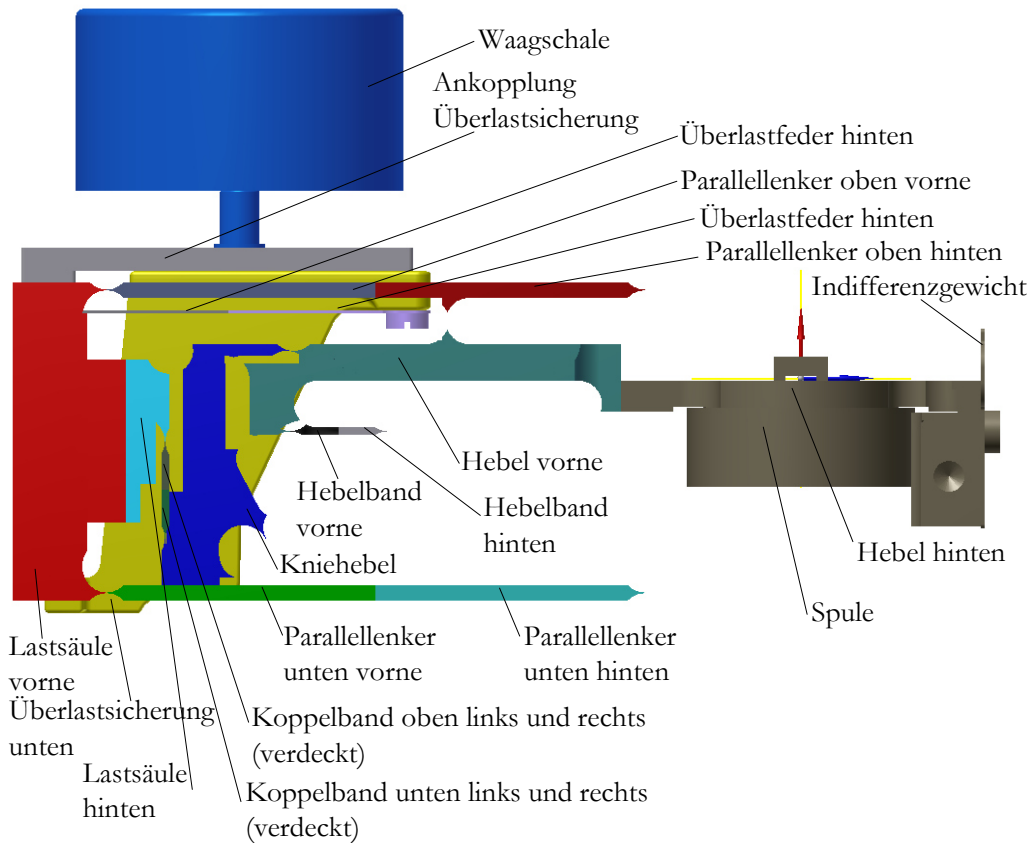


Abb. 8.1: Komponenten der untersuchten Waage

Für die untersuchte Wägezelle können – basierend auf einer Dichte von Aluminium EN AW 2024 von $2,77 \text{ g/cm}^3$ [74] – aus Konstruktionszeichnungen die Massen in Tabelle 18 ermittelt werden. Dabei ist zu beachten, dass der hintere Teil des Hebels aus Hebelwerk, Spule und einem Indifferenzgewicht aus Messing besteht. Für die Spule wird dabei eine mittlere Dichte von $5,344 \text{ g/cm}^3$ angenommen, für das Indifferenzgewicht sowie alle anderen Messingteile (Schrauben an der Überlastsicherung etc.) eine Dichte von $8,9 \text{ g/cm}^3$. Für die Blattfeder der Überlastsicherung wurde eine Dichte von $7,85 \text{ g/cm}^3$ für Edelstahl angenommen, ebenso wie für die übrigen Edelstahlteile wie beispielsweise Schrauben der Waagschale.

Tabelle 18: Massen, Schwerpunkte und Massenträgheitsmomente der Bauteile

Komponente	Masse in [g]	Schwerpunkt relativ zum Ursprung in [mm]			Massenträgheitsmoment in $1 \cdot 10^{-6}$ [kgm ²]
		x	y	z	
Hebel vorne	9,957	12,766	-7,984	0,041	$\begin{pmatrix} 2,287 & 0,417 & 0,010 \\ 0,417 & 1,686 & -0,002 \\ 0,010 & -0,002 & 1,244 \end{pmatrix}$
Hebel hinten	2,783	-50,6	0,259	0	$\begin{pmatrix} 0,066 & -0,037 & 0 \\ -0,037 & 0,660 & 0 \\ 0 & 0 & 0,042 \end{pmatrix}$
Kniehebel	3,025	-76,084	-16,092	0	$\begin{pmatrix} 0,069 & -0,050 & 0 \\ -0,050 & 0,423 & 0 \\ 0 & 0 & 0,421 \end{pmatrix}$
Hebelband vorne	0,101	-61,585	-6,756	0	$\begin{pmatrix} 0,004 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,003 \end{pmatrix}$
Hebelband hinten	0,204	-56,628	-6,8	0	$\begin{pmatrix} 0,004 & 0 & 0 \\ 0 & 0,001 & 0 \\ 0 & 0 & 0,004 \end{pmatrix}$
Koppelband oben links	0,047	-8,15	-11,711	4,5	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
Koppelband oben rechts	0,047	-8,15	-11,711	-4,5	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
Koppelband unten links	0,047	-8,15	-16,989	4,5	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
Koppelband unten rechts	0,047	-8,15	-16,989	-4,5	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
Lastsäule vorne	51,577	-96,348	-8,419	1,094	$\begin{pmatrix} 17,179 & -0,012 & 0,028 \\ -0,012 & 6,702 & 0,368 \\ 0,028 & 0,368 & 23,125 \end{pmatrix}$

Komponente	Masse in [g]	Schwerpunkt relativ zum Ursprung in [mm]			Massenträgheitsmoment in $1 \cdot 10^{-6}$ [kgm ²]
		x	y	z	
Überlastfeder vorne	0,973	-90,049	8,6	0	$\begin{pmatrix} 0,084 & 0 & 0 \\ 0 & 0,046 & 0 \\ 0 & 0 & 0,038 \end{pmatrix}$
Überlastfeder hinten	0,973	-53,412	14,39	0	$\begin{pmatrix} 0,243 & -0,001 & 0 \\ -0,001 & 0,075 & 0 \\ 0 & 0 & 0,179 \end{pmatrix}$
Ankopplung Überlast- sicherung	11,619	-83,412	14,390	0	$\begin{pmatrix} 3,571 & -0,145 & 0 \\ -0,145 & 2,647 & 0 \\ 0 & 0 & 1,016 \end{pmatrix}$
Überlastsicherung unten	23,335	-72,091	0,456	-6,52	$\begin{pmatrix} 4,470 & -2,417 & -0,780 \\ -2,417 & 7,465 & -1,088 \\ -0,780 & -1,088 & 5,599 \end{pmatrix}$
Waagschale	40,719	-71,95	39,186	0	$\begin{pmatrix} 9,380 & 0 & 0 \\ 0 & 6,467 & 0 \\ 0 & 0 & 6,468 \end{pmatrix}$
Parallelenker oben vorne	5,472	-71,025	11,4	0	$\begin{pmatrix} 3,310 & 0 & 0 \\ 0 & 0,419 & 0 \\ 0 & 0 & 2,822 \end{pmatrix}$
Parallelenker oben hinten	8,237	-37,988	11,4	0	$\begin{pmatrix} 3,522 & 0 & 0 \\ 0 & 0,543 & 0 \\ 0 & 0 & 3,014 \end{pmatrix}$
Parallelenker unten vorne	5,354	-71,019	-27,6	0	$\begin{pmatrix} 3,311 & 0 & 0 \\ 0 & 0,492 & 0 \\ 0 & 0 & 2,823 \end{pmatrix}$
Parallelenker unten hinten	8,358	-38,949	-27,6	0	$\begin{pmatrix} 3,644 & 0 & 0 \\ 0 & 0,584 & 0 \\ 0 & 0 & 3,066 \end{pmatrix}$
Indifferenzgewicht	5,331	23,168	-6,834	0	$\begin{pmatrix} 1,135 & 0 & 0 \\ 0 & 0,252 & 0 \\ 0 & 0 & 1,376 \end{pmatrix}$

Komponente	Masse in [g]	Schwerpunkt relativ zum Ursprung in [mm]			Massenträgheitsmoment in $1 \cdot 10^{-6}$ [kgm ²]
		x	y	z	
Spule	7,292	-0,003	-8,835	-0,001	$\begin{pmatrix} 1,798 & 0 & 0 \\ 0 & 0,958 & 0 \\ 0 & 0 & 0,994 \end{pmatrix}$

9 Literatur

- [1] Agilent Technologies: “Agilent Technologies, 3468A Multimeter User’s Guide”, vierte Auflage, Manual Part Nr. 03458-90014, USA, 2000
- [2] Balachandran, W., Halimic, M., Hodzic, M., Tariq, M., Enab, Y., Cecelja, F.: “Optimal digital Control and Filtering for Dynamic Weighing Systems”, Proceedings of Instrumentation and Measurement Technology Conference IMTC, IEEE, 1995
- [3] Becker, Wolf-Jürgen, Siebert, Peter: “Elektromechanische Kompensationswaage mit digitaler Regelung“, wägen + dosieren Nr. 6, S.2-7, 1991
- [4] Becker, Wolf-Jürgen, Siebert, Peter: „Elektromechanische Kompensationswaage mit modellgestützter Messung des Wägegutes“, tm Technisches Messen 58 (1991) 5, Oldenbourg Verlag, S. 202-208, 1991
- [5] Beetz, Berhardt: “Ein Beitrag zur Leistungssteigerung bei der dynamischen Wägung mit selbsttätigen Kontrollwaagen”, Dissertationsschrift Universität Kaiserslautern, 1984
- [6] BEI Kimco Magnetics Division: “Datenblatt LA13-12-000A”, USA, 2004
- [7] Bronstein, I, Semendjajew, K, Musiol, G., Mühling, H.: “Taschenbuch der Mathematik”, 5. überarbeitete Auflage, Thun, Frankfurt am Main, Verlag Harri Deutsch, 2001
- [8] Data Physics Corporation: “Air-Cooled Shakers V300”, URL: <http://www.dataphysics.com/resources/library-data-physics-center/signalforce.html>, Abgerufen am 17.10.2012
- [9] Data Physics Corporation: “Model DSA1 Power amplifiers”, URL: http://www._Helmut-singer.de/pdf/gwv100_dsa1.pdf, Abgerufen am 17.10.2012
- [10] Data Physics Corporation: “SignalStar Scalar Vibration Control System”, URL: <http://www.dataphysics.com/resources/library-data-physics-center/signalstar.html>, Abgerufen am 17.10.2012
- [11] Diethold, C., Fröhlich, T., Hilbrunner, F., Jäger, G.: „High precision optical position sensor for electromagnetic force compensated balances”, Pattaya, Proceedings of IMEKO 2010 TC3, TC5 und TC22 Conferences, S.91-94, 2010
- [12] Dontsova, S.: “Digitale Signalverarbeitung in der dynamischen Wägetechnik”, Dissertation , Ilmenau, ISLE-Verlag, 2008
- [13] Dormand, J. R., Prince, P. J.: "A family of embedded Runge-Kutta formulae", J. Comp. Appl. Math., Vol. 6, pp. 19-26, 1980
- [14] Drechsel, D., Vetter, F.: „Wäge- Abfüll- und Verpackungsprozesse“, 2. Auflage, München, Oldenbourg Industrieverlag GmbH, 2008

- [15] Faller, J.E.: "Thirty years of progress in absolute gravimetry: a scientific capability implemented by technological advances" , *Metrologia*, 39, 425-428, 2002
- [16] Fehling, T., Fröhlich, T., Heydenbluth D.: „Design and Performance of the new 1kg-prototype mass comparator for high precision mass determination and research applications“, Hoboken, New Jersey, Wiley Verlag, S. 657-667, 2007
- [17] Feindt, E.: "Regeln mit dem Rechner", 2. Auflage, München, Wien, Oldenbourg-Verlag, 1994
- [18] FESTO: „Magnetventile MZH, Micro-Pneumatic; MYH, Mini-Pneumatic“, Datenblatt, Version 2005/04, URL:
http://www.festo.com/net/de_de/SupportPortal/default.aspx?q=JMYH, Abgerufen am 23.10.2012
- [19] FESTO: „Mini-Schlitten DGSL“, Datenblatt, Version 03/2012, URL:
http://www.festo.com/cms/de_de/13085.htm, Abgerufen am 23.10.2012
- [20] Franz, E., Pfeiffer, F.: "Tolerance dynamics for a high precision balance", *Archive of Applied Mechanics* 64 (1994), p. 395-407, 1994
- [21] Franz, E.: "Dynamik von elektromechanischen Präzisionswaagen", Dissertationsschrift, Düsseldorf, VDI-Verlag, 1993
- [22] Fröhlich, T.: "Temperaturkompensation von Präzisionsmessgeräten", Habilitationsschrift, Ilmenau, 2006
- [23] Fröhlich, T.: „Dynamische Temperaturkompensation von Präzisionsmessgeräten“, *Technisches Messen* 67 (2000) 4, Oldenbourg Verlag S. 166 - 170, 2000
- [24] Gabler Verlag (Hrsg.): "Gabler Wirtschaftslexikon", Stichwort: Original Equipment Manufacturer (OEM), online im Internet:
<http://wirtschaftslexikon.gabler.de/Archiv/14047/original-equipment-manufacturer-oem-v5.html>
- [25] Gevatter, H., Grünhaupt, U. (Hrsg.): „Handbuch der Mess- und Automatisierungstechnik in der Produktion“, 2. Auflage, Berlin, Heidelberg, Springer-Verlag, 2006
- [26] Hahn, H.: "Rigid Body Dynamics of Mechanisms, 1 Theoretical Basis", Berlin Heidelberg New York, Springer-Verlag, 2002
- [27] Heard, W. B.: "Rigid Body Mechanics, Mathematics, Physics and Applications", Weinheim, WILEY-VCH Verlag, 2006
- [28] Hewlett Packard: "HP 3245A Universal Source, Operating and Programming Manual", erste Auflage Update 2, Manual Part Nr. 03245-90001, USA, 1994
- [29] Hilbrunner, F., Weis, H., Petzold, R., Fröhlich, T., Jäger, G.: „Investigation on the impedance-frequency-response for a dynamic behaviour description of electromagnetic force compensated load-cells“, Busan, Korea, Proceedings of XX IMEKO World Congress 2012, 2012
- [30] Hilbrunner, F.: „Ein Beitrag zur Feuchtekompensation von Präzisionsmessgeräten“, Dissertationsschrift, Ilmenau, 2005

- [31] HIOKI E. E. Corporation: „HIOKI 3532-50 LCR Hitester instruction manual“, 4. Auflage, Japan, 2006
- [32] Isermann, R., Münchhof, M.: „Identification of dynamic systems: an Introduction with applications“, Berlin, Springer-Verlag, 2011
- [33] Isermann, R.: „Prozeßidentifikation - Identifikation und Parameterschätzung dynamischer Prozesse mit diskreten Signalen“, Berlin, Heidelberg, New York, Springer-Verlag, 1974
- [34] Julabo GmbH: “Bedienungsanleitung Kälte-Umwälzthermostate u.a. FP 50”, Publikationsnummer 1.950.1422BD4, Deutschland, 2003
- [35] Jungnickel, U.: “Miniaturisierte Positioniersysteme mit mehreren Freiheitsgraden auf der Basis monolithischer Strukturen”, Dissertationsschrift TU Darmstadt, http://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de/496/1/Diss_Uwe_Jungnickel.pdf, 2004
- [36] Kistler: “PiezoBeam Type 8636C Modal Accelerometer”, Datenblatt Kennnummer 000-227a-03.03 (K8.8636)
- [37] Knothe, K., Wessels, H.: „Finite Elemente: Eine Einführung für Ingenieure“, 3. Auflage, Berlin, Heidelberg (u.A.), Springer Verlag, 1999
- [38] Kochsiek, M., Gläser, M.: „Massebestimmung“, New York, Basel, Cambridge, Tokio, Weinheim Verlag, 1997
- [39] Kochsiek, M.: „Handbuch des Wägens“, 2.bearbeitete und erweiterte Auflage, Braunschweig, Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH, 1989
- [41] Krause, L.: „Dynamische Wägetechnik“, Ilmenau, Habilitationsschrift, 2004
- [42] Krause, L.: „Vergleich von Kompensations- und Ausschlagprinzip am Beispiel der Wägetechnik“, tm Technisches Messen 71 (2004) 12, Oldenbourg Verlag, S. 643-650, 2004
- [43] Link, M.: „Finite Elemente in der Statik und Dynamik“, 2. Auflage, Stuttgart, Teubner Verlag, 1989
- [44] Linß, S. Erbe, T., Zentner, L.: „Design and simplified manufacturing of large deflective flexure hinges based on polynomial contours“, 56th International Scientific Colloquium Ilmenau University of Technology, URN: urn:nbn:gbv:ilm1-2011iwk:5, 2011
- [45] Ljung, L.: „System Identification: Theory for the User“, 2. Auflage, Upper Saddle River, New Jersey, Prentice Hall PTR, 1999
- [46] Lunze, J.: „Regelungstechnik 1 – Systemtheoretische Grundlagen, Analyse und Entwurf einschleifiger Regelungen“, 4. Auflage, Berlin, Heidelberg, NewYork, Springer-Verlag, 2004
- [47] Lunze, J.: „Regelungstechnik 2 – Mehrgößensysteme, Digitale Regelung“, Berlin, Heidelberg, NewYork, Springer-Verlag, 1997
- [48] Maas, S.: „Dynamische Strukturanalyse eines gekoppelten elektromechanischen Meßsystems“, Dissertationsschrift, Düsseldorf, Fortschritt-Berichte VDI-Reihe 11, Nr. 162, VDI-Verlag, 1992
- [49] Maier, R., Schmidt, G.: “Advanced Digital Control and Filtering for High-Precision Weighing Cells”, Proceedings of the International Conference on Advanced Mechatronics, p.827-

832, 1989

- [50] Maier, R., Schmidt, G.: "Integrated Digital Control and Filtering for an Electrodynamically Compensated Weighing Cell", IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Vol. 38, No. 5, p. 998-1003, 1989
- [51] Maier, R., Schmidt, G.: „Integrated Digital Control and Filtering for an Electromagnetically Compensated Weighing Cell“, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Vol. 38, No. 5. p.998-1003, 1989
- [52] Metra Meß- und Frequenztechnik in Radebeul e.K.: „Integrierende Ladungs-/ IEPE-Verstärker M68R1“, URL: <http://www.mmf.de/pdf/4-1.pdf>, Abgerufen am 10.08.2012
- [53] Metra Meß- und Frequenztechnik in Radebeul e.K.: „Piezoelektrischer_Kraftaufnehmer KF 24“, URL: <http://www.mmf.de/pdf/2-1.pdf>, Abgerufen am 10.08.2012
- [54] Mettler Toledo AG: „Kraftmessvorrichtung“, Europäische Patentanmeldung EP 2175249A1, 13.10.2008
- [55] Mettler Toledo Intl. Inc.:
“http://de.mt.com/de/de/home/products/Industrial_Weighing_Solutions/load_cells_and_weigh_modules/High_Precision_Weigh_Modules/Modulo_WM/WM124-2.html#tab_documentspm“, Datenblatt, Abgerufen 28.02.2012
- [56] Mettler-Toledo GmbH: “Differenzmessschaltung sowie Regeleinrichtung und Waage”, Patentschrift DE 10153603A1, 22.05.2003
- [57] Mettler-Toledo GmbH: „Integrierender A/D-Wandler“, Patentschrift DE 10128942 B4, 11.01.2007
- [58] MS Schramberg Magnet- und Kunststofftechnik: „Magnetische Kenndaten nach DIN IEC 60404-8-1“, Materialdatenblatt, URL: <http://www.magnete.de/seltenerd-magnete/nach-din-iec-60404-8-1.html>, Abgerufen: 4.12.2012
- [59] Müller, G., Groth, C.: „FEM für Praktiker – Band 1: Grundlagen“, 8. Auflage, Renningen, Expert Verlag, 2007
- [60] Nater, R., Reichmuth, A., Schwartz, R., Borys, M., Zervos, P.: „Wägelexikon – Leitfaden Wägetechnischer Begriffe“, Berlin, Heidelberg, Springer-Verlag, 2008
- [61] OSRAM Opto Semiconductors: „GaAs-IR-Lumineszenzdiode LD 242“, Datenblatt, 2001
- [62] Paros, J., Weisbord, L.: „How to design flexure hinges“, Machine Design, pp. 151-156, 1965
- [63] Pfeiffer, A., Schmidt, G.: „Integrated H^∞ Design for Filtering and Control Operations of a High-Precision Weighing Cell“, Proceedings of the Asian Control Conference, Vol. 2, p.621-624, 1994
- [64] Pfeiffer, A.: „Integrierter ∞ -Regler/Filterentwurf für elektromechanische Präzisionswaagen“, Dissertationsschrift, Düsseldorf, VDI-Verlag, 1996
- [65] Rill, G., Schaeffer, T.: „Grundlagen und Methodik der Mehrkörpersimulation – mit Anwendungsbeispielen“, Wiesbaden, Vieweg+Teubner Verlag, 2010
- [66] Sartorius AG: „Digitale Wägevorrichtung“, Patentschrift DE 102007061786B4, 22.09.2011

- [67] Sartorius AG: „Oberschalige Waage mit Ecklastjustiermöglichkeit“, Gebrauchsmusterschrift DE 202 17 590 U1, 20.02.2003
- [68] Sartorius AG: „Sartorius BasicPlus – Electronic Semi-micro, Analytical and Precision Balances“, Publication number WBP6014-e00053, 2000
- [69] Sartorius AG: „Waage mit bipolarer elektromagnetischer Kraftkompensation“, Gebrauchsmuster DE 296 13 669 U1, 12.06.1997
- [70] Sartorius GmbH: „Elektromagnetisch kraftkompensierende Waage mit optischem Lagensensor“, Patentschrift DE 3743073A1, 07.07.1988
- [71] Sartorius Weighing Technology GmbH: „Die WZA-SE Serie, OEM-Wägezellen WZA224-ND“, Datenblatt, Stand Juli 2011, Version 2.0, 2011
- [72] Scherf, H.: „Modellbildung und Simulation dynamischer Systeme – Eine Sammlung von Simulink-Beispielen“, 4. Auflage, München, Oldenbourg-Verlag, 2010
- [73] Schotborgh, W., Kokkeler, F., Tragter, H., Houten, F.: „Dimensionless design graphs for flexure elements and a comparison between three flexure elements“, Precision Engineering 29 (2005), p. 41-47, Elsevier, 2005
- [74] Schwarzwälder Metallhandel GmbH: „Werkstoffdatenblatt EN AW 2024“, Ausgabe 01/2010
- [75] Schwere-Informationssystem (SIS) der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt <http://www.ptb.de/cartoweb3/SISproject.php> (2.9.2011)
- [76] Shampine, L. F., Reichelt, M. W., Kierzenka, J. A.: "Solving Index-1 DAEs in MATLAB and Simulink", Siam Review, Vol. 41, pp. 538-352, 1999
- [77] Smith, S. T., Chetwynd, D. G.: „Foundations of Ultraprecision Mechanism Design“, 1992, Philadelphia, Gordon and Breach Science Publishers
- [78] Stelzmann, U., Groth, C., Müller, G.: „FEM für Praktiker – Band 2: Strukturdynamik“, 3. Auflage, Renningen, Expert Verlag, 2002
- [79] Vetter, G. (Hrsg.): „Handbuch Dosieren“, 2. Auflage, Essen, Vulkan-Verlag, 2001
- [80] Weinrich, M.: „Miniaturlastwechsler für die Wägetechnik“, Studienarbeit TU Ilmenau, 2009
- [81] Wernstedt, J.: „Experimentelle Prozessanalyse“, 1. Auflage, Berlin, VEB Verlag Technik, 1989
- [82] WIPOTEC Wiege- und Bausysteme GmbH: „Wägeaufnehmer“, Gebrauchsmusterschrift DE 203 19 017 U1, 08.04.2004
- [83] WIPOTEC Wiege- und Positioniersysteme GmbH: „Technische Daten Wägezelle SW-FS“, Datenblatt 06DE-GB-IT 27A01 CHCL 10, Abgerufen 28.2.2012
- [84] Wittenburg, J.: „Dynamics of Multibody Systems“, zweite Auflage, Berlin Heidelberg New York, Springer Verlag, 2008
- [85] Yamakawa, Y., Yamazaki, K., Tamura, J., Tanaka, O. : “Dynamic behaviours of a checkweigher with electromagnetic force compensation“, Lisbon, Proceedings of XIX IMEKO World Congress, S. 208-211, 2009

- [86] Yamakawa, Y., Yamazaki, K.: “Dynamic behaviour of checkweigher with electromagnetic force compensation (2nd report)”, Pattaya, Proceedings of IMEKO 2010 TC3, TC5 und TC22 Conferences, S.1-4, 2010
- [87] Yong, Y. K., Lu, T.-F., Handley, D. C.: „Review of circular flexure hinge design equations and derivation of empirical formulations“, Precision Engineering 32 (2008), p. 63-70, Elsevier, 2008